Institut des Sciences Appliquées et Economiques
Cnam Liban

le cnam

Télécommunication optique (ELE107)

Examen partiel 2013-2014 - Semestre II

SOLUTION

Exercice 1 (10 points) Répondre très brièvement aux questions suivantes :

1. Que signifie la notion de longueur d'onde ?
2. Que signifie la notion de nombre d'onde ?
3. Donner l'équation de propagation d'une onde dans l'espace à la vitesse v.
4. Quelle est l'angle limite de réflexion totale sur l'interface de deux milieux n_1 et n_2 avec $n_1 > n_2$
5. Quelle est la relation entre la puissance optique et l'intensité de la lumière. ?
6. Quelle est la polarisation d'une onde électromagnétique, qui se propage dans un guide d'onde planaire, dont le plan de propagation est le plan (xOz) et les vecteurs du champ électromagnétique sont tels que : $\overrightarrow{E}\,(E_x, 0, E_z)$ et $\overrightarrow{H}\,(0, H_y, 0)$?
7. Quelles sont les deux grandes catégories des fibres optiques ?
8. Quelles sont les causes principales de dégradation du signal dans une fibre optique ?
9. Quelle est l'influence de la dispersion sur la qualité de transmission dans fibre optique ?
10. Comment diffèrent les trajets de la lumière dans les fibres à saut d'indice et celles à gradient d'indice.

Solution 1

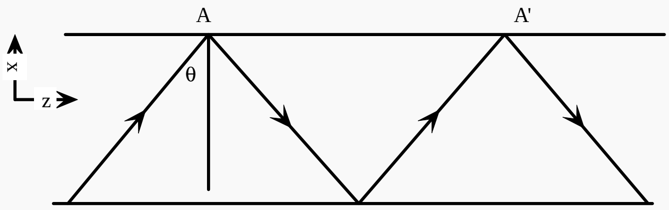
1. La longueur d'onde est la distance traversée pendant une période : $\lambda = vT$
2. Le nombre d'onde est le nombre des longueurs d'onde sur une unité de longueur
3. $\Delta u - \dfrac{1}{v^2}\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0$
4. $\theta_\ell = \arcsin\left(\dfrac{n_2}{n_1}\right)$
5. L'intensité de la lumière est la puissance optique par unité de surface : $I = \dfrac{P}{S}$
6. C'est une onde TM
7. Fibres monomodes et multimodes, les fibres multimodes peuvent être à saut d'indice ou à gradient d'indice.
8. Atténuation et dispersion
9. La dispersion limite la bande passante
10. Fibres à saut d'indice : indice du coeur constate, trajet en ZigZag, fibre à gradient d'indice : indice du coeur variable en fonction de la distance à l'axe, trajet siunusoidal

Exercice 2 (30 points) On considère un guide d'onde planaire symétrique d'épaisseur $h = 30\,\mu$m, d'indice $n = 1.45$, la couche coeur est plongée dans un milieu d'indice $n_1 = 1.42$. Les modes TE se propagent dans le guide avec des constantes de propagation longitudinales β pour les angles θ : $\beta_m = \frac{2\pi}{\lambda} n \sin\theta$. Une section planne est dans le plan (xoz) et $\overrightarrow{\beta}//Oz$. La longueur d'onde utilisée est $\lambda = 1.33\mu m$

1. Montrer que les valeurs de β sont quantifiées, donner une expression de β_m en fonction de λ, h et n .
2. Déduire l'expression de M, le nombre des modes qui peuvent être guidés dans tel guide.Calculer M
3. Calculer l'épaisseur effective du guide pour le mode TE_0

Solution 2

1. On suppose que l'onde se propage le long du guide suivant l'axe oz et que $x = 0$ sur l'interface supérieure $n - n_1$et $x = -h$ sur l'interface inférieure. L'onde A subit deux réflexions en $x = 0$ et $x = -h$ pour arriver en $A\prime$.



Chaque fois la réflexion interne totale introduit un déphasage de $-\pi$; de plus la différence de marche optique entre les deux ondes A et A' entraîne une différence de phase de $2hq = 2hkn\cos\theta$.

Une condition nécessaire de guidage c'est que les ondes A et A' soient en phase donc :

$$2hkn\cos\theta - 2\pi = 2m\pi \qquad m = 0, 1, 2, 3, \tag{1}$$

ou bien :

$$qh = (m+1)\pi \tag{2}$$

où $q = kn\cos\theta$ représente le nombre d'onde transverse. Avec $\beta = kn\sin\theta$ on remarque que kn, q et β sont liés géométriquement par la relation : $q^2 + \beta^2 = k^2n^2$.En substituant dans (2) on trouve :

$$\beta = \sqrt{k^2n^2 - (m+1)^2\frac{\pi^2}{h^2}}$$

C'est la condition de quantification de la constante de propagation qui démontre que la constante de propagation ne peut prendre que des valeurs discrètes :

$$\beta_m = \pi\sqrt{\frac{4n^2}{\lambda^2} - \frac{(m+1)^2}{h^2}} \tag{3}$$

et il y en a un nombre limité des modes guidés. $\boxed{\text{15 points}}$

2. La condition de réflexion interne totale : $\sin\theta_m \geq \frac{n_1}{n} \Longrightarrow \cos\theta_m = \frac{(m+1)\,\pi}{knh} \leq \sqrt{1-\frac{n_1^2}{n^2}}$

   $\Longrightarrow (m+1) \leq \frac{knh}{\pi}\sqrt{1-\frac{n_1^2}{n^2}} = \frac{2h}{\lambda}\sqrt{n^2-n_1^2}$

   $$M = \frac{2h}{\lambda}\sqrt{n^2-n_1^2} \quad \boxed{\text{8 points}}$$

   $M = \left\lfloor \frac{2\times 30}{1.33}\sqrt{(1.45)^2-(1.42)^2} \right\rfloor = 13 \; \boxed{\text{2 points}}$

3. $h* = h + x_1 + x_2 = h + 2x_1$

   $x_1 = \frac{1}{\sqrt{\beta_0^2 - k^2 n_1^2}}$

   $\beta_0 = \pi\sqrt{\frac{4n^2}{\lambda^2}-\frac{1}{h^2}} = \pi\sqrt{\frac{4\times(1.45)^2}{(1.33)^2}-\frac{1}{900}} = 2.180\,2\pi = 6.849\,3\,\mu\text{m}^{-1}$

   $x_1 = \frac{1}{\sqrt{(6.849\,3)^2-\left(\frac{2\pi\times 1.42}{1.33}\right)^2}} = 0.723\,47$

   $h* = 30 + 2\times 0.723\,47 = 31.447\,\mu\text{m} \; \boxed{\text{5 points}}$

Exercice 3 (60 points) Soit une fibre optique à saut d'indice de longueur $L = 10$ km, de rayon du coeur $a = 40\,\mu$m et de différence relative d'indice $\Delta = 1\%$. Cette fibre peut guider au maximum 1000 modes de longueur d'onde $\lambda = 1.55\,\mu$m.

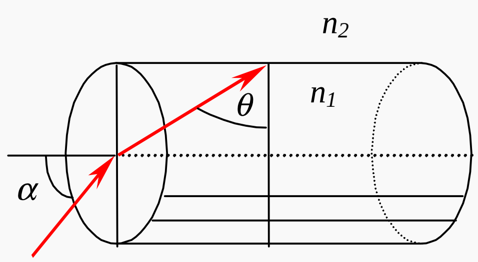
1. Montrer qu'il faut injecter la lumière dans la fibre à l'intérieure d'un cône de révolution d'angle au sommet α_c pour avoir de modes guidés. Exprimer α_c en fonction des indices des couches coeur (n_1) et gaine (n_2) . Calculer α_c.
2. Calculer les indices n_1 et n_2, en déduire l'angle limite de propagation.
3. Calculer la durée de transit du mode qui se propage suivant l'axe de la fibre.
4. La fibre est fabriquée de silice d'indice du cœur de la forme : $n_1 = A + B\lambda^{-2}$ avec $A = 1.941\,3$ et $B = 2.174\times 10^{-2}\,\mu\text{m}^2$ En négligeant les dipersions intramodales, de combien s'étale l'impulsion à la sortie de la fibre, si la largeur spectrale de la source est $\Delta\lambda = 0.01\,\mu$m
5. On suppose que toute la puissance optique initiale $P_0 = 10$ mW est équi-distribuée entre les modes de la fibre, quelle est la puissance portée par chaque mode à la sortie de la fibre d'atténuation linéaire $\alpha_{dB} = 0.3$ dB/km.

Solution 3

1. Si θ est l'angle d'incidence sur l'interface coeur-gaine, on aura de réflexion interne totale si $\theta > \theta_\ell$

   alors si $\sin\theta \geq \frac{n_2}{n_1}$ donc il faut injecter la lumière dans la fibre sous l'angle α tel que

   $\sin\alpha \leq \sin\alpha_c = n_1\cos\theta \leq n_1\sqrt{1-\frac{n_2^2}{n_1^2}} = \sqrt{n_1^2-n_2^2} = ON \; \boxed{\text{10 points}}$



La fibre optique à saut d'indice : $M = \frac{V^2}{2} = \frac{2\pi^2 a^2}{\lambda^2} ON^2$

$ON^2 = \frac{M\lambda^2}{2\pi^2 a^2} \Longrightarrow ON = \sqrt{\frac{M\lambda^2}{2\pi^2 a^2}} = \frac{\sqrt{1000} \times (1.55)}{\sqrt{2}\pi \times 40} = 0.27581$

$\alpha_c = \arcsin ON = \arcsin 0.27581 = 0.27943 \text{ rad} = 16.01\,^\circ$ $\boxed{\text{5 points}}$

2. $\Delta = \frac{ON^2}{2n_1^2} \Longrightarrow n_1 = \frac{ON}{\sqrt{2\Delta}} = \frac{0.27581}{\sqrt{2 \times 10^{-2}}} = 1.9503$ $\boxed{\text{3 points}}$
   $ON = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \Longrightarrow n_2 = \sqrt{n_1^2 - ON^2} = \sqrt{(1.9503)^2 - (0.27581)^2} = 1.9307$ $\boxed{\text{3 points}}$
   $\theta_\ell = \arcsin \frac{n_2}{n_1} = \arcsin \frac{1.9307}{1.9503} = 1.4289 \text{ rad} = 81.870\,^\circ$ $\boxed{\text{4 points}}$
3. La vitesse de propagation suivant l'axe est :

$$v = \frac{c}{n_1} = \frac{3 \times 10^8}{1.9503} = 1.5382 \times 10^8 \text{ m/s}$$

   La longueur de la fibre est $L = 10 \text{ km} = 10^4 \text{ m}$
   $t = \frac{L}{v} = \frac{10^4}{1.5382 \times 10^8} = 6.5011 \times 10^{-5} \text{ s} = 65.011\,\mu\text{s}$ $\boxed{\text{5 points}}$
4. La dispersion totale est

$$\Delta t = \sqrt{\Delta t_n^2 + \Delta t_m^2}$$

   Δt_n est due à la dispersion intermodale :

$$\Delta t_n = \frac{L}{2cn_1}(ON)^2 = \frac{10^4 \times (0.27581)^2}{2 \times 3 \times 10^8 \times 1.9503} = 6.5008 \times 10^{-7} \text{ s} \quad \boxed{\text{5 points}}$$

   $\Delta t_m = M_d L \Delta\lambda = -\frac{\lambda}{c}\frac{d^2 n_1}{d\lambda^2} L \Delta\lambda$

   On a $n_1 = A + B\lambda^{-2} \Longrightarrow \frac{dn_1}{d\lambda} = -2B\lambda^{-3}$

   $\frac{d^2 n_1}{d\lambda^2} = 6B\lambda^{-4} = 6 \times 2.174 \times 10^{-2} \times 10^{-12} \times \left(1.55 \times 10^{-6}\right)^{-4} = 2.2599 \times 10^{10}$

   $\Delta t_m = -\frac{1.55 \times 10^{-6}}{3 \times 10^8} \times 2.2599 \times 10^{10} \times 10^4 \times 0.01 \times 10^{-6} = -1.1676 \times 10^{-8} \text{ s}$ $\boxed{\text{10 points}}$

   $\Delta t = \sqrt{(6.5008 \times 10^{-7})^2 + (-1.1676 \times 10^{-8})^2} = 6.5018 \times 10^{-7} \text{ s}$ $\boxed{\text{5 points}}$
5. $\alpha_{dB} = -0.3dB/km$ la longueur de la fibre est $10km$ donc la perte est de $3dB$ c-à-d. la puissance devient la moitiée à la sortie c.à.d. $5mW$, la puissance de chaque mode est donc $5\mu W$. $\boxed{\text{10 points}}$

Formulaires

Fibre optique :

Différence d'indice $\Delta = \dfrac{n_1^2 - n_2^2}{2n_1^2}$

Ouverture Numérique : $ON = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$

Nombre de modes $N = \dfrac{V^2}{2}\dfrac{\alpha}{\alpha+2}$

Fibre monomode pour $V < 2.405$

Dispersion intermodale $\Delta\tau_n = \dfrac{L}{2cn_1}(ON)^2$

Dispersion du matériau $\Delta\tau_m = M_d L \Delta\lambda$

$M_d = -\dfrac{\lambda}{c}\dfrac{d^2n}{d\lambda^2}$

Indice du groupe $N_g = \dfrac{c}{v_g} = n - \lambda\dfrac{dn}{d\lambda}$

La différence de transit $\Delta\tau = \dfrac{d\tau}{d\lambda}\Delta\lambda$

Vitesse de Groupe $v_g = \dfrac{d\omega}{d\beta}$

Guide d'onde plan :

Différence de marche optique : $2kh\cos\theta$

$$\beta_m = \sqrt{k^2n^2 - (m+1)^2\frac{\pi^2}{h^2}}$$

$$x_m = \frac{1}{\sqrt{\beta_m^2 - k^2n_1^2}}$$

$$M = \frac{2h}{\lambda}\sqrt{n^2-1}$$

$$r_\perp = \frac{n_1\cos\theta_1 - n_2\cos\theta_2}{n_1\cos\theta_1 + n_2\cos\theta_2}$$

$$r_{//} = \frac{n_1\cos\theta_2 - n_2\cos\theta_1}{n_1\cos\theta_2 + n_2\cos\theta_1}$$