# Télécommunication optique ( ELE107 )

**Examen Final 2008-2009 sem.2**

## Solutions

**Exercice 1 (6 pts)** ***On considère une fibre optique à gradient d'indice de longueur*** $L = 10\,\mathrm{km}$, ***de rayon*** $a = 50\,\mu\mathrm{m}$.***Le profil d'indice en un point à la distance*** $r$ ***de l'axe est*** $n(r) = n_1\sqrt{1-2\Delta\left(\frac{r}{a}\right)^2}$, ***où*** $n_1$ ***est l'indice au voisinage de l'axe,*** $\Delta$ ***est la différence relative d'indices. On utilise la fibre avec la lumière de longueur d'onde*** $\lambda = 1.06\ \ \mu\mathrm{m}$.

1. **Sachant que l'indice de gaine est** $n_2 = 1.45$**, et** $\Delta = 1.5\%$. **Calculer les valeurs d'indice du coeur aux points:** $r = 0, \frac{a}{2}, \frac{3a}{4}, a$.

   **Réponse.** $\boxed{1\ pts}$ $n(r) = n_1\sqrt{1-2\Delta\left(\frac{r}{a}\right)^2}$

   $$\Delta = \frac{n_1^2 - n_2^2}{2n_1^2} \Longrightarrow 2\Delta = 1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \Longrightarrow \frac{n_2}{n_1} = \sqrt{1-2\Delta}$$

   $$\Longrightarrow n_1 = \frac{n_2}{\sqrt{1-2\Delta}} = \frac{1.45}{\sqrt{1-2\times 0.015}} = 1.4723$$

   $$n(0) = n_1\sqrt{1-2\Delta\left(\frac{0}{a}\right)^2} = n_1 = 1.4723$$

   $$n\left(\frac{a}{2}\right) = n_1\sqrt{1-2\Delta\left(\frac{a}{2a}\right)^2} = n_1\sqrt{1-\frac{1}{2}\Delta} = 1.4723\sqrt{1-\frac{0.015}{2}} = 1.4668$$

   $$n\left(\frac{3a}{4}\right) = n_1\sqrt{1-2\Delta\left(\frac{3a}{4a}\right)^2} = n_1\sqrt{1-\frac{9}{8}\Delta} = 1.4723\sqrt{1-\frac{9\times 0.015}{8}} = 1.4598$$

   $$n(a) = n_1\sqrt{1-2\Delta\left(\frac{a}{a}\right)^2} = n_1\sqrt{1-2\Delta} = n_2 = 1.45$$

2. **Expliquer pourquoi les modes se propagent suivant un trajet sinusoïdal.**

   **Réponse.** $\boxed{\frac{1}{2}pts}$ en s'eloignant de l'axe l'indice décroit donc l'angle de refraction augmente.

   puisque la variation de $n$ est continue, donc l'angle de refraction augmente d'une façon continue et le rayon s'eloigne de la normale d'une façon continue ce qui implique une propagation sinusoidale.

3. **Quelle est la signification physique de l'ouverture numérique:** $(ON)$ **d'une fibre optique, Etablir sa formule en fonction de** $n(r)$ **et** $n_2$. **Quelle est la valeur maximale de** $(ON)$.

   **Réponse.** $\boxed{(1pts)}$ La lumière se propage à l'intérieur de la fibre par réflexion interne sur l'interface coeur-gaine si l'angle est plus grand de l'angle limite alors si $\sin\theta \geq \frac{n_2}{n_1}$ donc il faut injecter la lumière dans la fibre sous l'angle $\alpha$ tel que

$\sin\alpha \leq \sin\alpha_c = n_1\cos\theta \leq n_1\sqrt{1-\frac{n_2^2}{n_1^2}} = ON = \sqrt{n_1^2-n_2^2}.$

Pour une fibre à gradient d'indice $n = n(r) \Longrightarrow ON = \sqrt{n^2(r) - n_2^2}$

La valeur maximale de $ON$ est pour $n(r) = n_1 = 1.4723$

$ON = \sqrt{(1.4723)^2 - (1.45)^2} = 0.255\,28$

4. **Soit $\Omega$ l'angle solide d'injection de la lumière dans la fibre du côté de l'air et $\Omega_1$ celui d'un seul mode.**

   (a) **Exprimer $\Omega$ en fonction de $ON$.**

   **Réponse.** $\boxed{\left(\frac{1}{2}pts\right)}$ l'angle solide d'un cône de révolution d'angle au sommet $\theta$ est donné par:

   $\Omega = 2\pi(1-\cos\theta) = 4\pi\sin^2\frac{\theta}{2} = \pi\left(2\sin\frac{\theta}{2}\right)^2$

   Dans le cas où $\theta$ est faible $\sin\theta = 2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2} \approx 2\sin\frac{\theta}{2}$

   Si $\theta$ est l'angle d'acceptance donc on peut exprimer $\Omega$ sous la forme:

   $\Omega = \pi\sin^2\theta = \pi(ON)^2$

   (b) **Exprimer $\Omega_1$ en fonction de $a$ et de la longueur d'onde utilisée $\lambda$.**

   **Réponse.** $\boxed{\left(\frac{1}{2}pts\right)}$ Dans une fibre à gradient d'indice de paramètre $\alpha$ le nombre de modes guidés est $M = \frac{\alpha}{\alpha+2}\frac{(kaON)^2}{2}$

   $M = \frac{\alpha}{2(\alpha+2)}\left(\frac{2\pi aON}{\lambda}\right)^2 = \frac{\alpha}{2(\alpha+2)}\frac{4\pi a^2}{\lambda^2}\pi(ON)^2 = 2\frac{\alpha}{\alpha+2}\frac{\pi a^2}{\lambda^2}\Omega$

   $\Longrightarrow \Omega = M\frac{\alpha+2}{\alpha}\frac{\lambda^2}{2\pi a^2} : \alpha = 2 \longrightarrow \Omega = M\frac{\lambda^2}{\pi a^2}$

   Pour $M = 1 : \Omega_1 = \frac{\lambda^2}{\pi a^2}$

   (c) **En déduire le nombre des modes guidés en fonction de $\Omega$ et $\Omega_1$.**

   **Réponse.** $\boxed{\left(\frac{1}{4}pts\right)}$ $\Omega_1 = \frac{\lambda^2}{\pi a^2}$ et $\Omega = M\frac{\lambda^2}{\pi a^2} = M\Omega_1 \Longrightarrow M = \frac{\Omega}{\Omega_1}$

   (d) **Calculer la valeur numérique de nombre des modes guidés**

   **Réponse.** $\boxed{\left(\frac{1}{4}pts\right)}$ $\lambda = 1.06\ \mu m$, $a = 50\ \mu m \Longrightarrow \Omega_1 = \frac{(1.06)^2}{\pi(50)^2} = 1.430\,6\times10^{-4}$ sr

   $M = \frac{\alpha}{\alpha+2}\frac{(kaON)^2}{2} = \frac{(\pi aON)^2}{\lambda^2} = \frac{(\pi 50\times0.25)^2}{(1.06)^2} = 139.06\pi^2 \approx 1372$

   $\Omega = M\Omega_1 = 1372\times1.430\,6\times10^{-4} = 0.196\,28$ sr

5. **Le seuil de puissance de rupture est de $5\ \mathrm{GW/cm^2}$. Une impulsion d'énergie $40\ \mathrm{mJ}$ et de durée $10\,\mathrm{ns}$ est injectée dans la fibre. En prenant une marge de sécurité d'un facteur $5$ sur le seuil de rupture de la fibre, calculer son rayon minimum.**

   **Réponse.** $\boxed{\left(\frac{1}{2}pts\right)}$ Facteur de securité $= 5 \Longrightarrow$puissance de rupture $P_r = 1\ \mathrm{GW/cm^2}$

   La puissance injectée est $P_i = \dfrac{E}{\Delta t} = \dfrac{40 \times 10^{-3}}{10 \times 10^{-9}} = 4000\,000 = 4\ \mathrm{MW}$

   Surface de fibre $s = \pi a^2$

   il faut que $\dfrac{P_i}{\pi a^2} \leq P_r \Longrightarrow a^2 \geq \dfrac{P_i}{\pi P_r} = \dfrac{4 \times 10^6}{\pi \times 1 \times 10^9} = \dfrac{1}{250\pi} = 1.2732 \times 10^{-3} m^2$

   $\sqrt{1.2732 \times 10^{-3}} = 3.5682 \times 10^{-2}$

   Il faut que $a$ soit plus grand que $3.568\ \mathrm{cm}$

6. **Afin d'obtenir une flexibilité suffisante de la fibre on désire de réduire son diamètre à $20\,\mu\mathrm{m}$, quelle doit être la durée de l'impulsion?. Cette solution est elle idéale.**

   **Réponse.** $\boxed{\left(\frac{1}{2}pts\right)}$ La puissance maximale est $P_M = \pi P_r a^2$

   $$= \pi \times 10^9 \times \left(100 \times 10^{-4}\right)^2 = 3.1416 \times 10^5$$

   $\Longrightarrow \Delta t_m = \dfrac{E}{P_M} = \dfrac{40 \times 10^{-3}}{3.1416 \times 10^5} = 1.2732 \times 10^{-7} s = 0.127\,\mu\mathrm{s}$

7. **Lors de propagation de la lumière la fibre optique s'echauffe à cause de l'absorption et l'énergie optique se transforme en énergie thermique: $E_T = E_i - E_s = mc_0\Delta T$. l'atténuation dans la fibre est équivalente à $\alpha_{dB/km} = 5$ dB/km; sa chaleur massique: $c_0 = 750\,\mathrm{J\,kg^{-1}\,K^{-1}}$;et la densité de masse est $d = 2.2$; On désire de transmettre une impulsion de puissance $P_i = 80\ \mathrm{W}$ et de durée $0.7\ \mathrm{s}$, en négligeant les échanges thérmiques avec l'extérieur, évaluer l'élevation de température à l'intérieur de la fibre due à la propagation sur $1$ mètre de longueur pour les deux valeurs des rayons du coeur.**

   **Réponse.** $\boxed{\left(\frac{1}{2}pts\right)}$ Soit $E_i$ l'énergie injectée et $E_s$ l'énergie après 1 mètre donc l'énergie absorbée et transformée en énergie thermique est $E_T = E_i - E_s = mc_0\Delta T$

   L'atténuation sur 1 mètre est $\alpha' = \dfrac{\alpha_{dB/km}}{1000} = 10\log\left(E_s/E_i\right) \Longrightarrow E_s = E_i 10^{-\alpha\times10^{-4}}$

   $E_i = P \times \Delta t = 80 \times 0.7 = 56\ \mathrm{J}$

   $E_s = 56 \times 10^{-\alpha\times10^{-4}}$

   $\alpha = 5dB/km \Longrightarrow E_s = 56 \times 10^{-5\times10^{-4}} = 55.936\ \mathrm{J}$

   $E_T = 56 - 55.936 = 0.064\ \mathrm{J}$

   La masse de 1 mètre est :

$m = s \times L \times d_e \times 10^3 = \pi \times (50 \times 10^{-6})^2 \times 2.2 \times 10^3 = 1.7279 \times 10^{-5}\,\text{kg}$

$E_T = mc_0\Delta T \Longrightarrow \Delta T = \dfrac{E_T}{mc_0} = \dfrac{0.064}{1.7279 \times 10^{-5} \times 750} = 4.9386\,°\text{C}$

Pour $a = 3.568$ cm

$m = s \times L \times d_e \times 10^3 = \pi \times (3.568 \times 10^{-2})^2 \times 2.2 \times 10^3 = 8.7987\,\text{kg}$

$\Delta T = \dfrac{E_T}{mc_0} = \dfrac{0.064}{8.7987 \times 750} = 9.6984 \times 10^{-6}\,°\text{C}$

8. **En négligeant la dispersion du guide et la dispersion chromatique calculer l'élargissement temporel d'une impulsion optique à la sortie de la fibre.**

**Réponse.** $\boxed{\left(\frac{1}{2}pts\right)}$ $\Delta t = \dfrac{Ln_1^2\Delta}{cn_2} = \dfrac{10^4 \times (1.4723)^2 \times 0.015}{3 \times 10^8 \times 1.45} = 7.4747 \times 10^{-7}\,\text{s} = 0.747\,\mu\text{s}$

**Exercice 2 (8 points)** ***On considère une diode laser dont la couche active est fabriquée de l'alliages quaternaires*** $In_{1-x}Ga_xAs_yP_{1-y}$ ***où*** $x$ ***et*** $y$ ***sont les fractions molaires des composés et*** $y \simeq 2.203x - 0.015x^2$***. Les valeurs de l'énergie de Gap en fonction de*** $x$ ***se déterminent par la realtion empirique:*** $Eg[\text{eV}] = 1.350 - 1.684x + 1.140x^2$.

1. **Quelle est la longueur d'onde émise par la diode à la base de** $In_{0.7}Ga_{0.3}As_{0.66}P_{0.34}$

**Réponse.** $\boxed{\left(\frac{1}{2}pts\right)}$ $x = 0.3 \Longrightarrow E_g = 1.350 - 1.684 \times (0.3) + 1.140 \times (0.3)^2 = 0.9474\,\text{eV}$

$\lambda = \dfrac{1.24}{0.9474} = 1.3088\,\mu\text{m}$

2. **La longueur de la cavité est** $L = 400\,\mu\text{m}$ **et son indice de réfraction est** $n = 3.4$.**Définir le facteur du gain de seuil. Calculer sa valeur numérique sachant que les pertes intrinséques sont équivalentes à** $\alpha_i = 5 \times 10^5\,\text{m}^{-1}$**.**

**Réponse.** $\boxed{\left(\frac{1}{2}pts\right)}$ L'effet laser déclenche lorsque le gain compense toutes les pertes donc lorsque le gain dépasse une valeur de seuil $g_s = \alpha_i + \dfrac{1}{L}\ln\dfrac{1}{R}$

$R = \left(\dfrac{n-1}{n+1}\right)^2 = \left(\dfrac{3.4-1}{3.4+1}\right)^2 = 0.29752$

$g_s = 5 \times 10^5 + \dfrac{1}{400 \times 10^{-6}}\ln\left(\dfrac{1}{0.29752}\right) = 5.0303 \times 10^5\,\text{m}^{-1}.$

3. **En tenant compte de la perte due à la réflexion sur les miroirs de la cavité. Etablir en fonction de** $n, L,$ **et** $\alpha_i$ **l'expression de la durée de vie** $(\tau_p)$ **du photon à l'intérieur de la cavité.**

**Réponse.** $\boxed{\left(\frac{1}{2}pts\right)}$ variation de la puissance optique en fonction du temps: $P(t) = P_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau_p}\right)$ et en fonction de la distance $P(x) = P_0 \exp(-g_s x)$

$$\exp\left(-\frac{t}{\tau_p}\right) = \exp(-g_s x) \Longrightarrow \frac{t}{\tau_p} = g_s x$$

$$\Longrightarrow \tau_p = \frac{t}{g_s x} = \frac{t}{g_s v t} = \frac{1}{g_s v} = \frac{n}{g_s c}$$

$$= \frac{3.4}{5.0303 \times 10^5 \times 3 \times 10^8} = 2.253 \times 10^{-14}\,\text{s}$$

4. **En négligeant la dispersion dans la couche active, déterminer le nombre des modes excités $(M)$ dans telle diode et calculer la largeur spectrale de diode.**

**Réponse.** $\boxed{(1pts)}$ Condition de résonance: $2nL = m\lambda$

$$\Longrightarrow m = \frac{2nL}{\lambda} = \left\lfloor \frac{2 \times 3.4 \times 400}{1.3088} \right\rfloor = 2078$$

$$\Longrightarrow 0 = m d\lambda + \lambda dm \Longrightarrow \Delta m = m\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{2nL}{\lambda^2}\Delta\lambda$$

pour $\Delta m = 1$ on a $\delta\lambda = \frac{\lambda^2}{2nL} = \frac{(1.3088)^2}{2 \times 3.4 \times 400} = 6.2976 \times 10^{-4}\,\mu\text{m}$

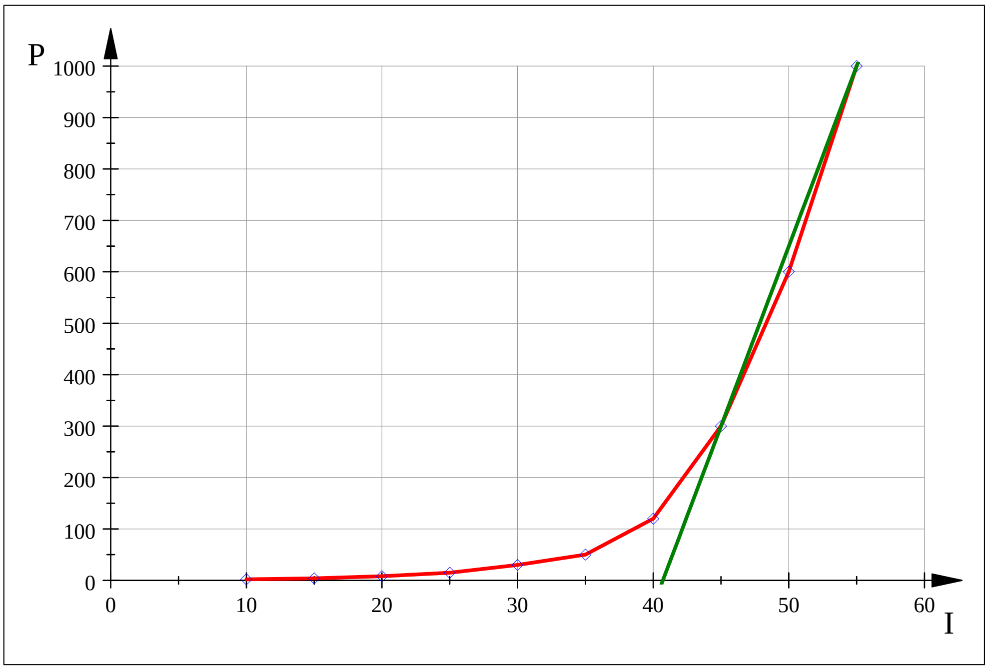
$$\delta f = c\frac{\delta\lambda}{\lambda^2} = \frac{3 \times 10^8 \times 6.2976 \times 10^{-4} \times 10^{-6}}{(1.3088 \times 10^{-6})^2} = 1.1029 \times 10^{11}\,\text{Hz}$$

5. **On mesure la puissance optique de diode, lorsque la température de diode est** $60\,°\text{C}$, **pour différentes valeurs du courant appliqué:**

| $I$ mA | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 | 55 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $P$ $\mu$W | 2 | 4 | 8 | 15 | 30 | 50 | 120 | 300 | 600 | 1000 |

(a) **Tracer le graphe** $P(I)$.

**Réponse.** $\boxed{(1pts)}$




(b) **Déterminer graphiquement l'intensité du courant de seuil** $(I_S)$.

**Réponse.** $\boxed{\left(\frac{1}{2}pts\right)}$ $I_s \approx 41\,\mathrm{mA}$

(c) **Préciser par calcul la valeur de** $I_S$.

$(1pts)$

**Réponse.** $P_e = \dfrac{P_i}{2}\dfrac{\alpha_m}{\alpha_i+\alpha_m} = \dfrac{1}{2}\eta_i\dfrac{I-I_s}{e}\dfrac{hc}{\lambda}\dfrac{\alpha_m}{\alpha_i+\alpha_m} = K\,(I-I_s)$

Pour $I_1 = 45\,\mathrm{mA}$ on a $P_1 = 300\,\mu\mathrm{W} \Longrightarrow 300\times10^{-3} = K\,(45-I_s)$

Pour $I_2 = 55\,\mathrm{mA}$ on a $P_2 = 1000\,\mu\mathrm{W} \Longrightarrow 1000\times10^{-3} = K\,(55-I_s)$

**Réponse.** $\dfrac{P_2}{P_1} = \dfrac{I_2-I_s}{I_1-I_s}$

$$\Longrightarrow I_s = \frac{I_1P_2-I_2P_1}{P_2-P_1} = \frac{45\times1000-55\times300}{1000-300} = \frac{285}{7} = 40.714$$

6. **Sachant que l'intensité du courant de seuil à** $0\,\mathrm{K}$ **est** $0.1\,\mathrm{mA}$

(a) **Que devient la valeur de** $I_S$ **si la températeur devient** $80\,^\circ\mathrm{C}$.

**Réponse.** $\boxed{(1pts)}$ $I_s = I_0\exp\left(\dfrac{T}{T_0}\right)$

pour $T = 60\,^\circ\mathrm{C} = 273+60 = 333\,\mathrm{K}$ on a $I_s \approx 41\,\mathrm{mA}$

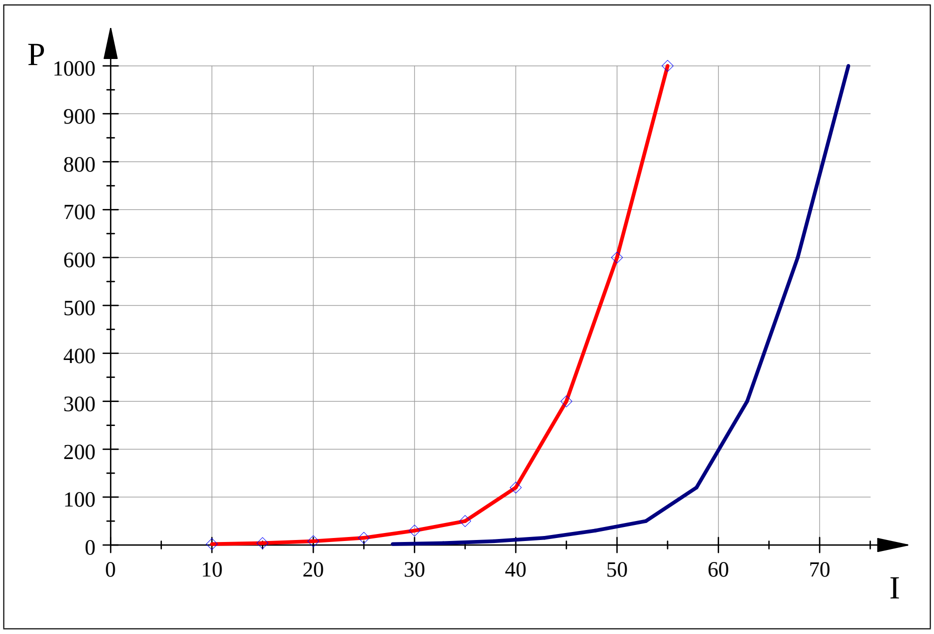
$$\frac{T}{T_0} = \ln\left(\frac{I_s}{I_0}\right) = \ln\left(\frac{41}{0.1}\right) = 6.016\,2$$

$$\Longrightarrow T_0 = \frac{T}{6.016\,2} = \frac{333}{6.016\,2} = 55.351\,\mathrm{K}$$

Pour $T = 80\,^\circ\mathrm{C} = 273+80 = 353\,\mathrm{K}$ : $I_s = 0.1\exp\left(\dfrac{353}{55.351}\right) = 58.844$

(b) **Retracer le graphe** $P(I)$.

**Réponse.** $\boxed{(1pts)}$ le decalage de toute la courbe est de $58.84 - 41 = 17.84$




7. **Calculer, pour les deux températures, l'efficacité quantique externe et le temps de réponse.**

**Réponse.** $\boxed{(1pts)}$ $\eta_d = \frac{\Delta P}{E_g \Delta I} = \frac{P}{(I - I_s) E_g} = \frac{\lambda_{\mu m} P}{1.24 (I - I_s)}$ et $\eta_{ext} = \eta_d \left(1 - \frac{I_s}{I}\right)$

$T = 60\,°C$ : $\boxed{\begin{array}{c} I = 55\,\text{mA},\ I_s \approx 40.7\,\text{mA} \\ P = 1000\,\mu\text{W} = 1\,\text{mW} \end{array}}$

$$\eta_d = \frac{1.3088 \times 1}{1.24 \times (55 - 40.7)} = 7.3\% \Longrightarrow \eta_{ext} = 0.073 \times \left(1 - \frac{40.7}{55}\right) \approx 2\%$$

$T = 80\,°C$ : $\boxed{\begin{array}{c} I = 70\,\text{mA},\ I_s \approx 58.8\,\text{mA} \\ P = 800\,\mu\text{W} = 1\,\text{mW} \end{array}}$

$$\eta_d = \frac{1.3088 \times 0.8}{1.24 \times (70 - 58.8)} = 7.5392 \times 10^{-2} \Longrightarrow \eta_{ext} = 7.5392 \times 10^{-2} \left(1 - \frac{58.8}{70}\right) = 0.16$$

**Exercice 3 (6 points)** ***On considère une photodiode*** $PDA$ ***à hétérojonction, dans laquelle la couche intrinsèque, de largeur*** $x_i = 5\,\mu\text{m}$ ***est constituée du composé à petit gap*** $GaInAs$ $(E_g = 0.75\,\text{eV},$ ***indice de réfraction*** $n = 3.5)$ ***placé entre deux couches à grand gap en*** $InP$ ***(***$E_g = 1.35\,\text{eV},$ ***indice de réfraction*** $n' = 3.2$ ***). La couche intrinsèque étant éclairée à travers la couche d'***$InP$.

1. **Dans quel domaine spectral peut-on utiliser cette photodiode pour avoir une efficacité quantique maximale.**

**Réponse.** $\boxed{(1pts)}$ $\lambda = \frac{1.24}{E_g} \Longrightarrow \begin{cases} \lambda_1 = \frac{1.24}{0.75} = 1.6533\,\mu\text{m} \\ \lambda_2 = \frac{1.24}{1.35} = 0.91852\,\mu\text{m} \end{cases}$

L'efficacité quantique est maximale si la zone $InP$ est transparante le max d'absorption dans la zone intrinsèque par suite

$$0.918\,52\,\mu\mathrm{m} < \lambda < 1.6533\,\mu\mathrm{m}$$

2. **La photodiode reçoit la lumière laser de longueur d'onde $\lambda = 1.15\,\mu\mathrm{m}$ pour laquelle le coefficient d'absorption de $GaInAs$ est équivalant à $\alpha_i = 5 \times 10^5\,\mathrm{m}^{-1}$.Calculer l'efficacité quantique de photodiode.**

   **Réponse.** $\boxed{(1pts)}$ $\eta = (1-R)\exp(-\alpha_p x_p)(1-\exp(-\alpha_i x_i))$

   Pour $\lambda = 1.15\,\mu\mathrm{m}$ la zone $InP$ est transparante c-à-d. $\alpha_p = 0$

   donc $\eta = (1-R)(1-\exp(-\alpha_i x_i))$

   $$R = \left(\frac{n'-1}{n'+1}\right)^2 = \left(\frac{3.2-1}{3.2+1}\right)^2 = 0.274\,38$$

   $$\eta = (1-0.274\,38)\left(1-\exp\left(-5\times10^5\times5\times10^{-6}\right)\right) = 0.725\,62\left(1-e^{-\frac{5}{2}}\right) = 0.666\,06$$

3. **Calculer la valeur du facteur de multiplication si le courant de sortie est d'ordre de $3\,\mathrm{mA}$ pour une puissance optique incidente de $1\,\mathrm{mW}$.**

   **Réponse.** $\boxed{\left(\frac{1}{2}pts\right)}$ $M = \dfrac{I_M}{I_P}$

   $$I_p = \eta\frac{e\lambda P_i}{hc} = \eta\frac{P_i\lambda_{\mu\mathrm{m}}}{1.24} = 0.666\,06\times\frac{1\times1.15}{1.24} = 0.617\,72\,\mathrm{mA}$$

   $$M = \frac{3}{0.617\,72} = 4.\,856\,6$$

4. **La capacité totale de photodioe est $C_T = 8\,\mathrm{pF}$ et sa résistance de charge est $R_L = 4\,\mathrm{k}\Omega$. Sachant que le courant d'obscurité est d'ordre $3\,\mathrm{nA}$ à la température de $27\,^\circ\mathrm{C}$. Calculer le rapport signal/bruit si le facteur de bruit d'avalanche est $F(M) = 4$ et celui de l'amplificateur est $F_n = 3dB$.**

   **Réponse.** $\boxed{\left(1\frac{1}{2}pts\right)}$

   $$B = \frac{1}{2\pi R_L C_T} = \frac{1}{2\pi\times4\times10^3\times8\times10^{-12}} \approx 5\times10^6\,\mathrm{Hz}$$

   $T = 27+273 = 300\,\mathrm{K}$

   $k = 1.3806568\times10^{-23}\,\mathrm{J\,K^{-1}}$

   $F_n = 3dB \Longrightarrow F_n \approx 2$

   $$\frac{S}{N} = \frac{\langle I_p^2\rangle}{\langle i_q^2\rangle + \langle i_o^2\rangle + \langle i_{th}^2\rangle} = \frac{M^2 I_p^2}{2eB(I_p+I_o).M^{2+x} + \dfrac{4kTB}{R_L}F_n}$$

   $$\langle i_{th}^2\rangle = \frac{4kTB}{R_L}F_n$$

$$= 4 \times \frac{1.3806568 \times 10^{-23} \times 300 \times 5 \times 10^{6}}{4 \times 10^{3}} \times 2 = 4.1420 \times 10^{-17}$$

$$\langle i_o^2 \rangle = 2eBI_o.M^2 F(M)$$

$$= 2 \times 1.6 \times 10^{-19} \times 5 \times 10^{6} \times 3 \times 10^{-9} \times (4.85)^2 \times 4 = 4.5163 \times 10^{-19}$$

$$\langle i_q^2 \rangle = 2eBI_p M^2 F(M)$$

$$= 2 \times 1.6 \times 10^{-19} \times 5 \times 10^{6} \times 0.61772 \times 10^{-3} \times (4.85)^2 \times 4 = 9.2994 \times 10^{-14}$$

$$\langle I_p^2 \rangle = M^2 I_p^2 = I_M^2 = (3\,\mathrm{mA})^2 = 9 \times 10^{-6}$$

$$\frac{S}{N} = \frac{9 \times 10^{-6}}{4.1420 \times 10^{-17} + 4.5163 \times 10^{-19} + 9.2994 \times 10^{-14}} = 9.6737 \times 10^{7}$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{dB} = 10 \log_{10}(9.6737 \times 10^{7}) = 79.856\ dB$$

5. **La photodiode est connectée avec la diode laser à travers une fibre optique de longueur $L = 10\,\mathrm{km}$, de perte intrinséque équivalente à $\alpha = 0.5dB/\,\mathrm{km}$. Que doit être la puissance émise par la diode laser si on demande une probabilité d'erreur $10^{-8}$ avec un débit numérique de 200 Mbits/s si les pertes de connexions et la marge de sécurité sont équivalentes à $2dB$.**

   **Réponse.** $\boxed{(2pts)}$ Soit $N$ le nombre moyen des photons détectés par la photodiode alors la probabilité d'erreur est $P_e(1) = e^{-N}$

   $e^{-N} = 10^{-8} \Longrightarrow N = 8 \times \ln(10)$

   L'énergie correspondante à ce nombre des photons est

   $$E = Nh\nu = N\frac{hc}{\lambda}$$

   $$= 8 \times \ln(10) \times \frac{6.6260755 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^{8}}{1.15 \times 10^{-6}} = 3.1841 \times 10^{-18}\,\mathrm{J}$$

   Pour le débit de $200Mbits/s$ la durée de l'impulsion est $\Delta t = \frac{1}{200 \times 10^{6}} = 5 \times 10^{-9}\,\mathrm{s}$ donc la puissance optique incidente doit être

   $$P_i = \frac{E}{\Delta t} = \frac{3.1841 \times 10^{-18}\,\mathrm{J}}{5 \times 10^{-9}\,\mathrm{s}} = 6.3682 \times 10^{-10}\,\mathrm{W}.$$

   Soit $P_0$ la puissance émise par la diode laser, la perte totale est

   $$\alpha_T = 10 \log \frac{P_i}{P_0} = \alpha \times L + \alpha_c + M$$

   $\alpha \times L =$ perte intrinséque sur toute la fibre $= 0.5 \times 10 = 5dB$

   $\alpha_c + M =$ les pertes de connexions et la marge de sécurité $= 2dB$

   $\alpha_T = 5 + 2 = 7dB.$

   $$P_0 = P_i \times 10^{\frac{\alpha_T}{10}} = 6.3682 \times 10^{-10} \times 10^{0.7} = 3.1917 \times 10^{-9}\,\mathrm{W}$$