Institut des Sciences Appliquées et Economiques
Cnam Liban

le cnam

Télécommunication optique (ELE107)

Examen Final Semestre II 2012-2013

Mardi 23 juillet 2013 11h :00→14h :00

Documents et téléphones : STRICTEMENT INTERDITS

Exercice 1 **Un guide d'onde plan est constitué d'une couche cœur d'indice n, d'épaisseur h et limitée par deux milieux identiques semi infinis d'indice n', dans laquelle on excite des modes TE en utilisant une lumière supposée monochromatique de longueur d'onde λ. On désigne par β_m la constante de propagation longitudinale du mode d'ordre m et par θ_m l'angle de propagation correspondant**

1. **Etablire l'expression de β_m en fonction de n, λ, m et h. Déduire celle de θ_m et le nombre maximal de modes M.**
2. **Calculer les valeurs numériques de M, $\beta_0, \theta_0, \beta_1$ et θ_1 si on a : $n = 1.52$, $n' = 1.42$, $h = 30\,\mu\text{m}$ et $\lambda = 0.85\,\mu\text{m}$**
3. **On utilise au lieu du milieu n' un autre milieu d'indice $n'' = 1.48$ et on conserve les mêmes paramètres de la couche cœur, quelle longueur d'onde faut-il utiliser pour conserver le même nombre maximale de modes.**
4. **Comparer dans les deux cas les valeurs de l'épaisseur effectives pour le modes TE_0**

Solution 1 :

1. $\boxed{\textbf{cours}}$ Constante de propagation : $\beta = \sqrt{k^2n^2 - (m+1)^2\dfrac{\pi^2}{h^2}}$
2. $M = \dfrac{2h}{\lambda}\sqrt{n^2 - n'^2} = \dfrac{2\times 30}{0.85}\sqrt{(1.52)^2 - (1.42)^2} \simeq 38$

$$\beta_0 = \sqrt{k^2n^2 - \frac{\pi^2}{h^2}} = \sqrt{\left(\frac{2\pi \times 1.52}{0.85}\right)^2 - \frac{\pi^2}{(30)^2}} = 11.235\,\mu\text{m}^{-1}$$

$$\beta_1 = \sqrt{k^2n^2 - \frac{4\pi^2}{h^2}} = \sqrt{\left(\frac{2\pi \times 1.52}{0.85}\right)^2 - \frac{4\pi^2}{(30)^2}} = 11.234\,\mu\text{m}^{-1}$$

$$\cos\theta_0 = \frac{\pi}{knh} = \frac{\lambda}{2nh} = \frac{0.85}{2\times 1.52\times 30} = 9.3202\times 10^{-3}$$

$$\Longrightarrow \theta_0 = \arccos(9.3202\times 10^{-3}) = 1.5615\,\text{rad} = 89.467\,^\circ$$

$$\cos\theta_1 = \frac{2\pi}{knh} = \frac{\lambda}{nh} = \frac{0.85}{1.52\times 30} = 0.01864$$

$$\Longrightarrow \theta_1 = \arccos(0.01864) = 1.5522\,\text{rad} = 88.935\,^\circ$$

3. $M = \frac{2h}{\lambda}\sqrt{n^2 - n'^2} = \frac{2h}{\lambda'}\sqrt{n^2 - n''^2}$

$$\Longrightarrow \lambda' = \lambda\frac{\sqrt{n^2 - n''^2}}{\sqrt{n^2 - n'^2}} = 0.85\frac{\sqrt{(1.52)^2 - (1.48)^2}}{\sqrt{(1.52)^2 - (1.42)^2}} = 0.543\,05\,\mu\text{m}$$

4. $x_m = \frac{1}{\sqrt{\beta_m^2 - k^2 n_1^2}}$

$$x_0' = \frac{1}{\sqrt{\beta_0^2 - k^2 n'^2}} = \frac{1}{\sqrt{\beta_0^2 - \left(\frac{2\pi n'}{\lambda}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{(11.\,235)^2 - \left(\frac{2\pi \times 1.42}{0.85}\right)^2}} =$$

$0.249\,64\,\mu$m

$h'^* = h + 2x_0' = 30 + 2 \times 0.249\,64 = 30.\,499 \;\; \mu$m

$$\beta_0'' = \frac{2\pi}{\lambda'}\sin\theta_0 = \frac{2\pi}{0.543\,05}\sin(1.\,561\,5) = 3.\,682\,7\pi = 11.\,570$$

$$x_0' = \frac{1}{\sqrt{\beta_0'^2 - k^2 n'^2}} = \frac{1}{\sqrt{\beta_0'^2 - \left(\frac{2\pi n''}{\lambda'}\right)^2}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{(11.\,570)^2 - \left(\frac{2\pi \times 1.48}{0.54305}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{133.\,86 - 29.\,71\pi^2}} = -7.\,921\,4 \times 10^{-2} j$$

ou si on conserve l'ancienne β_0 :

$$x_0' = \frac{1}{\sqrt{\beta_0^2 - k^2 n'^2}} = \frac{1}{\sqrt{\beta_0^2 - \left(\frac{2\pi n''}{\lambda'}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{(11.\,235)^2 - \left(\frac{2\pi \times 1.48}{0.54305}\right)^2}}$$

$$= \frac{1}{12.\,923j} = -7.\,738\,2 \times 10^{-2} j$$

on remarque que $kn" = \frac{2\pi \times 1.48}{0.54305} = 17.\,124 > \beta_0$ donc pas de pénétration de Goos-Henchean, mais le mode est radiatif.

Exercice 2 On considère une fibre optique à saut d'indice de longueur $L = 20\ km$ **fabriquée de silice d'indice du cœur de la forme :** $n_1 = A + B\lambda^{-2}$ **avec** $A = 1.\,583\ \mu m$ **et** $B = 2.\,174 \times 10^{-2}\,\mu\text{m}^2$ **et de rayon** $a = 20\mu m$**, l'indice de gaine est** $n_2 = 1,5$ **et on utilise une source de longueur d'onde** $\lambda = 1.13\,\mu$m **et de largeur spectrale** $\Delta\lambda = 0.01\,\mu$m

1. **Montrer que pour avoir de modes guidés, il faut injecter la lumière dans la fibre, du côté de l'air, dans un cône de révolution d'angle au sommet** α**, Donner, alors la définition de l'ouverture numérique et calculer sa valeur.**

   Combien de modes peut-on guider dans cette fibre
2. **Que doit être la valeur maximale du facteur de perte linéique** $(en\ dB/\,\text{km})$ **pour avoir à la sortie le** $\frac{1}{e}$ *ème* **de la puissance injectée à l'entrée.** $(e = 2.\,718\,3)$

3. **Etablire l'expression de la dispersion intermodale**
4. **Calculer la valeur de l'elargissement temporel d'une impulsion optique à la sortie de la fibre si on suppose que le cœur de la fibre introduit une dispersion chromatique et de plus a un facteur de dispersion du guide** $D_g = \dfrac{8.37\ \lambda}{a^2 n_1}\ \mathrm{ps\,km^{-1}\,nm^{-1}}$ **si** a **et** λ **sont exprimés en** μm.

Solution 2 :

1. $\boxed{\textbf{cours}}$ Ouverture Numérique : $ON = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$

   pour $\lambda = 1.13\,\mu$m on a $n_1 = A + B\lambda^{-2} = 1.583 + \dfrac{2.174 \times 10^{-2}}{(1.13)^2} = 1.6$

   $ON = \sqrt{(1.6)^2 - (1.5)^2} = 0.556\,78$

   $\alpha = \arcsin ON = \arcsin(0.556\,78) = 0.590\,5\,\mathrm{rad} = 33.833\,°$

   Nombre de modes $M = \dfrac{V^2}{2}\dfrac{\alpha}{\alpha+2} = \dfrac{k^2 a^2 ON^2}{2} = 2\left(\dfrac{\pi \times 20 \times 0.556\,78}{1.13}\right)^2 \simeq 1917$
2. $\alpha_{dB/km} = \dfrac{10}{L}\log_{10}\left(\dfrac{P_s}{P_e}\right) = \dfrac{10}{20}\log\left(\dfrac{P_e/e}{P_e}\right) = \dfrac{1}{2}\log_{10}\dfrac{1}{e} = -0.217\,15\ \mathrm{dB/\,km}$
3. $\boxed{\textbf{cours}}$Dispersion intermodale $\Delta\tau_n = \dfrac{L}{2cn_1}(ON)^2$
4. $\Delta\tau_n = \dfrac{L}{2cn_1}(ON)^2 = \dfrac{20 \times 10^3 \times (0.556\,78)^2}{2 \times 3 \times 10^8 \times 1.6} = 6.458\,4 \times 10^{-6}\,\mathrm{sec}$

   $M_d = -\dfrac{\lambda}{c}\dfrac{d^2 n}{d\lambda^2} = -\dfrac{\lambda}{c}\left(\dfrac{6B}{\lambda^4}\right) = -\dfrac{6 \times 2.174 \times 10^{-2}}{3 \times 10^5 \times (1.13)^3} = -3.013\,4 \times 10^{-7}\,\mathrm{sec\ km^{-1}\ \mu m^{-1}}$

   $\Delta\tau_m = M_d L \Delta\lambda = -3.013\,4 \times 10^{-7} \times 20 \times 0.01 = -6.026\,8 \times 10^{-8}\,\mathrm{sec}$

   $D_g = \dfrac{8.37\ \lambda}{a^2 n_1} = \dfrac{8.73 \times 1.13}{(20)^2 \times 1.6} = 1.541\,4 \times 10^{-2}\ \mathrm{ps\,km^{-1}\,nm^{-1}}$

   $\Delta\tau_g = D_g L \Delta\lambda = 1.541\,4 \times 10^{-2} \times 20 \times (0.01 \times 10^{-3}) = 3.082\,8 \times 10^{-6}\,\mathrm{ps} = 3.082\,8 \times 10^{-18}\,\mathrm{sec}$

   $\Delta t = \sqrt{(6.458\,4 \times 10^{-6})^2 + (-6.026\,8 \times 10^{-8})^2 + (3.082\,8 \times 10^{-18})^2} = 6.458\,7 \times 10^{-6}\,\mathrm{sec}$

Exercice 3 **La constante d'atténuation intrinsèque d'une diode laser à** $GaAs$ **(de permittivité diélectrique** $\varepsilon = 13,2$**) est** $\alpha_i = 550 m^{-1}$**, les dimensions de la cavité : longueur** $L = 600\,\mu$m**, largeur** $w = 1\,\mu$m**, épaisseur** $d = 0.5\,\mu$m**. La diode émet de la lumière de longueur d'onde** $\lambda = 0,85\,\mu$m **de largeur spectrale** $\Delta\lambda = 0,05\,\mu$m**.**

1. **Calculer la valeur minimale du gain interne pour le déclenchement de l'effet laser.**
2. **Etablire l'expression de la durée de vie d'un photon à l'intérieur de la cavité et calculer sa valeur numérique**

3. **Etablire la formule donnant le nombre des modes longitudinaux excités M, Calculer M**
4. **Calculer la densité des électrons recombinés sous l'intensité du courant de densité $j = 3 \times 10^6\ \mathrm{A\,m^{-2}}$ sachant que la densité du courant de seuil est $j_s = 2 \times 10^6\ \ \mathrm{A\,m^{-2}}$.**
5. **Calculer la puissance optique émise à l'extérieure si l'efficacité quantique est $\eta_i = 75\%$**

Solution 3

1. $g_s = \alpha_i + \dfrac{1}{L}\ln\dfrac{1}{R}$

   $$n = \sqrt{\varepsilon} = \sqrt{13.2} = 3.633\,2 \Longrightarrow R = \left(\frac{3.6332 - 1}{3.6332 + 1}\right)^2 = 0.323$$

   $$\alpha_m = \frac{1}{L}\ln\frac{1}{R} = \frac{1}{600 \times 10^{-6}}\ln\left(\frac{1}{0.323}\right) = 1883.5\,\mathrm{m^{-1}}$$

   $$g_s = 550 + 1883.5 = 2433.5\,\mathrm{m^{-1}}$$

2. $P_f = P_i \exp(-\alpha z) = P_i \exp\left(-\dfrac{t}{\tau_p}\right)$

   $$\Longrightarrow \alpha z = \alpha v t = \frac{t}{\tau_p} \Longrightarrow \frac{\alpha c}{n} = \frac{1}{\tau_p}$$

   $$\Longrightarrow \tau_p = \frac{n}{\alpha c} = \frac{n}{g_s c} = \frac{3.6}{2433.5 \times 3 \times 10^8} = 4.931\,2 \times 10^{-12}\,\mathrm{sec} = 4.931\,2\,\mathrm{ps}$$

3. Condition de résonance : $2nL = m\lambda \Longrightarrow 0 = md\lambda + \lambda dm \Longrightarrow \Delta m = m\dfrac{\Delta\lambda}{\lambda} = \dfrac{2nL}{\lambda^2}\Delta\lambda$

   $$M = m_{\max} - m_{\min} = \frac{2nL}{\lambda^2}\Delta\lambda = \frac{2 \times 3.633\,2 \times 600}{(0.85)^2} \times 0.05 = 301$$

   Intervalle en fréquence : $\Delta f = c\dfrac{\Delta\lambda}{\lambda^2} = 3 \times 10^8 \times 10^6 \dfrac{0.05}{(0.85)^2} = 2.076\,1 \times 10^{13}\,\mathrm{Hz}$

4. $N_e = \dfrac{I - I_s}{e \times V} = \dfrac{(j - j_s) \times L \times w}{e \times L \times w \times d} = \dfrac{(j - j_s)}{e \times d}$

   $$= \frac{(3-2) \times 10^6}{1.6 \times 10^{-19} \times 0.5 \times 10^{-6}} = 1.25 \times 10^{31}\,\mathrm{m^{-3}}$$

5. $P_e = \dfrac{P_i}{2}\dfrac{\alpha_m}{\alpha_i + \alpha_m}$

   $$P_i = \eta_i \frac{\hbar\omega}{e}(I - I_s) = \eta_i \frac{hc}{e\lambda}(I - I_s) = \eta_i \frac{1.24}{\lambda_{\mu\mathrm{m}}}(I - I_s)$$

   $$I = j \times L \times w = 3 \times 10^6 \times 600 \times 10^{-6} \times 1 \times 10^{-6} = 1.8\,\mathrm{mA}$$

   $$I_s = j_s \times L \times w = 2 \times 10^6 \times 600 \times 10^{-6} \times 1 \times 10^{-6} = 1.2\,\mathrm{mA}$$

   $$P_i = \eta_i \frac{1.24}{\lambda_{\mu\mathrm{m}}}(I - I_s) = 0.75 \times \frac{1.24}{0.85} \times (1.8 - 1.2) = 0.656\,47\,\mathrm{mW}$$

   $$P_e = \frac{0.656\,47}{2} \times \frac{1883.5}{550 + 1883.5} = 0.254\,05\,\mathrm{mW}$$

Exercice 4 **Une photodiode à $GaAs$ d'énergie de gap $E_g = 1.45\ \text{eV}$, d'indice de réfraction $n = 3.5$. Le coefficient d'absorption à la longueur d'onde $\lambda = 0.8\,\mu\text{m}$ de la zone P est $\alpha_p = 10^5\,\text{m}^{-1}$, la largeur de la zone désertée est $w_d = 60\,\mu\text{m}$, dont le Le coefficient d'absorption est $\alpha_d = 2 \times 10^5\,\text{m}^{-1}$ la photodiode reçoit des photons du côté de la zone P de largeur : $w_p = 10\,\mu\text{m}$**

1. **Quelle est la longueur d'onde de seuil de cette photodiode.**
2. **Etablir l'expression de l'efficacité quantique en fonction de $\alpha_p, \alpha_d, w_d, w_p$ et n . Calculer sa valeur numérique.**
3. **Définir la sensibilité spectrale de photodiode et calculer sa valeur numérique et en déduire l'intensité du photocourant généré en absorbant la puissance optique de $3.\,\text{mW}$**

Solution 4 1. $h\nu \geq E_g \Longleftrightarrow \dfrac{hc}{\lambda} \geq E_g$

$$\Longrightarrow \lambda \leq \lambda_s = \frac{hc}{E_g} \Longrightarrow \lambda_s\,(\mu\text{m}) = \frac{1.24}{E_g\,(\text{eV})} = \frac{1.24}{1.45} = 0.855\,17\,\mu\text{m}$$

2. $\boxed{\textbf{cours}}$ l'efficacité quantique $\eta = (1-R)\exp(-\alpha_p w_p)\left[1 - \exp(-\alpha_d w_d)\right]$

$$R = \left(\frac{3.5-1}{3.5+1}\right)^2 = 0.308\,64$$

$$\eta = (1 - 0.308\,64) \times \exp\left(-10^5 \times 10 \times 10^{-6}\right) \times \left(1 - \exp\left(-2 \times 10^5 \times 60 \times 10^{-6}\right)\right)$$
$$= -0.691\,36e^{-1}\left(e^{-12} - 1\right) = 0.254\,34 = 25.434\%$$

3. $S_\lambda = \dfrac{I_p}{P_i} = \eta\dfrac{\lambda_{\mu\text{m}}}{1.24} = 0.254\,34 \times \dfrac{0.8}{1.24} = 0.164\,09$

$I_P = S_\lambda P_i = 0.164\,09 \times 3 = 0.492\,27\,\text{mA}$