Institut des Sciences Appliquées et Economiques
Cnam Liban
le cnam

Télécommunication optique (ELE107)

Examen Partiel 2015-2016 - Semestre II *Durée : 1h :30*

Documents et téléphones : STRICTEMENT INTERDITS

Exercice 1 (5 points) Répondre très brièvement aux questions suivantes :

1. Que veut dire Bande de Valence. ? Bande de Conduction ?
2. Comment on distingue les conducteurs, semi-conducteurs et le isolants ?
3. Comment on détermine expérimentalement que les niveaux d'énergie des atomes sont discrets ?
4. D'où vient le mot **LASER**.
5. Que veut dire courant de seuil d'une diode laser ?

Solution 1

5 x1= 5points

1. Bande de Valence : la dernière bande pleine, Bande de Conduction : la première bande vide.
2. Par la largeur de la bande interdite.
3. D'après le spectre d'émission.
4. Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation.
5. L'intensité à partire de quelle déclenche l'effet Laser (le gain compose les pertes).

Exercice 2 (20 points) :Un atome d'hydrogène dans l'état fondamental absorbe un photon de longueur d'onde $\lambda = 97.28\,\text{nm}$, il passe vers le niveau n, puis il émet un photon de longueur d'onde $\lambda' = 1879\,\text{nm}$, l'électron se trouve après cette émission sur le niveau n'.

1. Déterminer n et n'. Tracer un schéma représentatif.
2. Calculer le rayon de l'orbite d'ordre n' et la vitesse de l'électron sur l'orbite n'.

Solution 2

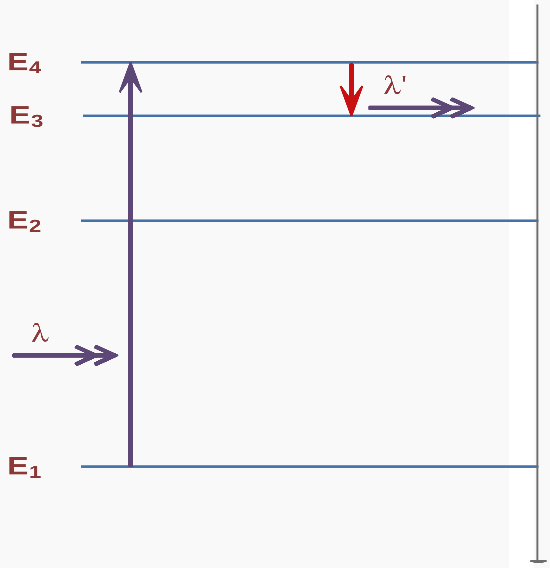
1. $\lambda = 0.09728\,\mu\text{m}$, l'énergie absorbée est $E = \dfrac{1.24}{0.09728} \simeq 12.75\,\text{eV}$. 1 point
   L'électron initialement dans l'état fondamental, en absorbant l'énergie E,il monte vers le niveau n, tel que :
   $E_n - E_1 = E \Longrightarrow E_n = E_1 + E = -13.6 + 12.75 = -0.85\,\text{eV}$ 2 points

$E_n = \frac{-13.6}{n^2} = -0.85 \Longrightarrow n^2 = \frac{13.6}{0.85} = 16.0$
donc $n = 4$ 2 points

En emettant le photon de longueur d'onde λ'et d'énergie $E' = \frac{1.24}{1.879} = 0.66\,\text{eV}$ 2 points l'électron tombe vers n', tel que $E_n - E_{n'} = E'$

$E_{n'} = E_n - E' = -0.85 - 0.66 = -1.51$ 2 points

$n'^2 = \frac{13.6}{1.51} = 9.006\,622\,517 \Longrightarrow n' = 3$ 2 points



2 points

2. Le moment cinétique quantifié de l'électron est $mvr = n\hbar$ donc la vitesse de l'électron sur l'orbite n' peut être calculée par la relation : $v = \frac{n'\hbar}{mr_{n'}} = \frac{n'h}{2\pi m r_{n'}}$ où r est le rayon de l'orbite, et $r_n = \frac{4\pi\varepsilon_0 n^2\hbar^2}{me^2}$

$$r_n = \frac{4\pi\varepsilon_0 n^2\hbar^2}{me^2} = \frac{4\pi \times 10^{-9} \times n^2 h^2}{36\pi \times me^2\,(4\pi^2)} = \frac{10^{-9}}{36\,\pi^2}\frac{h^2}{me^2}n^2.$$

$$= \frac{10^{-9}}{36\pi^2} \times \frac{\left(6.626 \times 10^{-34}\right)^2}{9.11 \times 10^{-31} \times \left(1.6 \times 10^{-19}\right)^2} n^2 = 5.3 \times 10^{-11} n^2.$$ 3 points

$r_3 = 5.3 \times 10^{-11} \times 3^2 = 4.77 \times 10^{-10}\,\text{m} = 4.77\,\text{Å}$ 1 point

$$v = \frac{n'\hbar}{mr_{n'}} = \frac{n'h}{2\pi m r_{n'}} = \frac{3\left(6.626 \times 10^{-34}\right)}{2\pi \times 9.11 \times 10^{-31} \times 4.77 \times 10^{-10}} \simeq 7.3 \times 10^5\,\text{m/s}.$$ 3 points

Exercice 3 (30 points) On considère une diode laser dont la couche active, de longueur $L = 600\,\mu\text{m}$ est fabriquée de l'alliages quaternaires $In_{1-x}Ga_xAs_yP_{1-y}$ où x et y sont les fractions molaires des composés et $y \simeq 2.203x - 0.015x^2$. Les valeurs de l'énergie de Gap en fonction de x se déterminent par la realtion empirique : $E_{g\,\text{eV}} = 1.350 - 1.684x + 1.140x^2$. L'indice de refraction de la couche active est $n = 3.6$ et la perte intrinsèque totale est équivalente à $\alpha_i = 400\,\text{m}^{-1}$

1. Quelle est la longueur d'onde émise par la diode à la base de $In_{0.6}Ga_{0.4}As_{0.88}P_{0.12}$.
2. Calculer la valeur minimale du gain interne pour le déclenchement de l'effet laser.
3. Etablire l'expression de la durée de vie d'un photon à l'intérieur de la cavité et calculer sa valeur numérique.
4. En appliquant un courant d'intensité $I = 15\,\text{mA}$, calculer la puissance optique émis à l'extérieure si l'efficacité quantique est 70%, sachant que le courant de seuil est de 1.5 mA
5. Quelle est la puissance émis sous l'intensité $I_1 = 1\,\text{mA}$

Solution 3

1. Pour $x = 0.4$: $E_g = 1.350 - 1.684\,(0.4) + 1.140\,(0.4)^2 = 0.858\,8\,\text{eV}$ 2 points

   $\lambda_{\mu\text{m}} = \dfrac{1.24}{E_{g\,\text{eV}}} = \dfrac{1.24}{0.8588} = 1.44\,\mu\text{m}$ 1 point

2. $g_s = \alpha_i + \dfrac{1}{L}\ln\dfrac{1}{R}$

   $R = \left(\dfrac{n-1}{n+1}\right)^2 = \left(\dfrac{2.6}{4.6}\right)^2 \simeq 0.32$ 1 point

   $g_s = 400 - \dfrac{10^6}{600}\ln(0.32) = 2299.06\,\text{m}^{-1}$. 2 points

3. L'expression de la puissance dans la cavité est $P_f = P_i\exp(-g_s z) = P_i\exp\left(-\dfrac{t}{\tau_p}\right)$ 2 points

   $\Longrightarrow g_s z = g_s v t = \dfrac{t}{\tau_p} \Longrightarrow \dfrac{g_s c}{n} = \dfrac{1}{\tau_p}$ 3 points

   $\Longrightarrow \tau_p = \dfrac{n}{g_s c} = \dfrac{3.6}{2299.06 \times 3 \times 10^8} = 5.22 \times 10^{-12}\,\text{s} = 5.22\,\text{ps}$ 1 point

4. $P_i = P_i = \eta_i \dfrac{hc}{e\lambda}(I - I_s) = \eta_i \dfrac{1.24}{\lambda_{\mu\text{m}}}(I - I_s) = 0.7 \times \dfrac{1.24}{1.44}(15 - 1.5) = 8.137\,5\,\text{mW}$ 2 points

   $P_e = \dfrac{P_i}{2}\dfrac{\alpha_m}{\alpha_i + \alpha_m} = \dfrac{8.1}{2}\dfrac{2299.0.6 - 400}{2299.06} = 1.725\ \text{mW}$ 3 points

5. $I_1 = 1\,\text{mA} < I_s$ donc la diode se comporte comme une DEL. 2 points

   $P_i = \eta_i E_g I = 0.7 \times 0.8588 \times 1 = 0.601\,16\,\text{mW}$ 3 points

   $P_e = \eta_e P_i = \dfrac{P_i}{n\,(1+n)^2} = \dfrac{0.601\,16}{3.6\left(1 + (3.6)^2\right)} = 1.2 \times 10^{-2}\,\text{mW} = 12\,\mu\text{W}$ 3 points

Exercice 4 Une solution possible de l'équation de propagation (1) peut s'écrire dans un repère cartésien sous la forme (2) :

$$\Delta\vec{E} - \mu\varepsilon\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0} \tag{1}$$

$$\vec{E}(z,t) = E_0 e^{j(\omega t - kz)}\,\vec{e_y} \tag{2}$$

Où E_0 est l'amplitude réelle du champ électrique.

1. Précisez le nom des grandeurs ω, k et leur unité qui interviennent dans la solution (2), ainsi que la direction et le sens de propagation de l'onde puis son type de polarisation.
2. En déduire l'expression du champ magnétique $\vec{H} = \dfrac{1}{\omega\mu}\vec{k} \times \vec{E}$:

$$\vec{H} = -\frac{E_0 k}{\omega\mu}e^{j(\omega t - kz)}\,\vec{e_x}$$

3. Injectez l'expression (2) du champ électrique dans l'équation de propagation (1) afin d'en déduire que $k^2 = \mu\varepsilon\omega^2$

Solution 4

1. ω en rad/ s est la pulsation (fréquebce angulaire) 1 point

   k en μm^{-1} est le nombre d'onde. 1 point

   la direction de propagation est Oz 1 point

   sens de propagation : $z > 0$ 1 point

   Polarisation linéaire suivant $\overrightarrow{e_y}$ 1 point

2. $\overrightarrow{k} = k\overrightarrow{e_z}$, $\overrightarrow{E} = E\overrightarrow{e_y}$ 1 point

   $$\overrightarrow{H} = \frac{1}{\mu\omega}\overrightarrow{k} \times \overrightarrow{E} = \frac{1}{\mu\omega}\begin{vmatrix} \overrightarrow{i} & \overrightarrow{j} & \overrightarrow{k} \\ 0 & 0 & k \\ 0 & E & 0 \end{vmatrix} = -\frac{1}{\mu\omega}kE\overrightarrow{e_x} = -\frac{1}{\mu\omega}kE_0e^{j(\omega t-kz)}\overrightarrow{e_x}$$ 6 points

3. on a $\Delta\overrightarrow{E} = \frac{\partial^2\overrightarrow{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\overrightarrow{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\overrightarrow{E}}{\partial z^2}$

   $\frac{\partial\overrightarrow{E}}{\partial x} = \frac{\partial\overrightarrow{E}}{\partial y} = \overrightarrow{0} \Longrightarrow \Delta\overrightarrow{E} = \frac{\partial^2\overrightarrow{E}}{\partial z^2}$ 2 points

   $\frac{\partial\overrightarrow{E}}{\partial z} = -jkE_0e^{j(\omega t-kz)}\overrightarrow{e_y} = -jk\overrightarrow{E} \Longrightarrow \frac{\partial^2\overrightarrow{E}}{\partial z^2} = -k^2\overrightarrow{E}$ 2 points

   Donc : $\Delta\overrightarrow{E} = -k^2\overrightarrow{E}$

   $\frac{\partial\overrightarrow{E}}{\partial t} = -j\omega\overrightarrow{E} \Longrightarrow \frac{\partial^2\overrightarrow{E}}{\partial t^2} = -\omega^2\overrightarrow{E}$ 2 points

   $\Delta\overrightarrow{E} - \mu\varepsilon\frac{\partial^2\overrightarrow{E}}{\partial t^2} = \overrightarrow{0}$

   $-k^2\overrightarrow{E} - \mu\varepsilon\left(-\omega^2\overrightarrow{E}\right) = \overrightarrow{0} \Longleftrightarrow -k^2 + \mu\varepsilon\omega^2 = 0 \Longrightarrow k^2 = \mu\varepsilon\omega^2$ 2 points

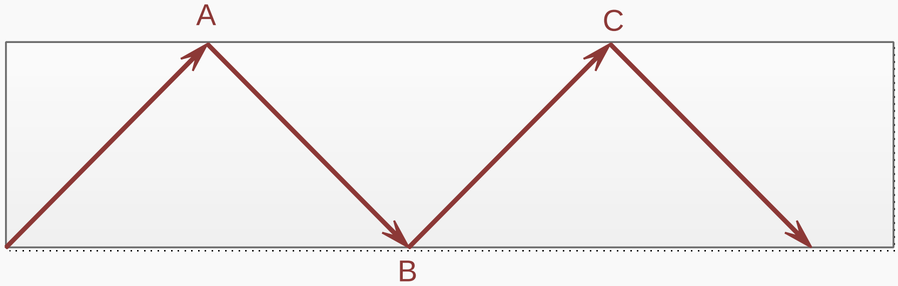
Exercice 5 On considère un guide d'onde plan, d'indice n, d'épaisseur h limité par deux milieu semi infinis d'indice $n_1 = n_2$ dans lequel se propagent les modes TE_m de longueur d'onde λ

1. Décrire le principe de propagation de la lumière dans ce guide.
2. Démontrer que la constante de propagation β ne peut prendre que des valeurs discrètes et donner l'expression de β en fonction de λ, n, h et en déduire les valeurs quantifiées de l'angle de propagation du mode TE_m
3. Déduire une expression permettant de calculer le nombre des modes guidés.
4. Expliquer le phénomène de Goss-Henschen dans le guide d'onde

Solution 5

1. Les ondes incidentes sur les 2 interfaces subissent des réflexions totales si l'angle d'incidence $\theta > \theta_\ell$, où θ_ℓ est l'angle limite $\theta_\ell = \arcsin\left(\frac{n_1}{n}\right)$

   il faut que $n > n_1$, par suite la condition de propagation est : $kn_1 < \beta < kn$ 7 points
2. Chaque fois la réflexion interne totale introduit un déphasage de $-\pi$; de plus la différence de marche optique entraîne une différence de phase



$\varphi_1 = -\pi$ déphasage due à la réflexion en B 1 point

$\varphi_2 = -\pi$ déphasage due à la réflexion en C 1 point

$\varphi_3 = 2hq = 2hkn\cos\theta$ déphasage due à la différence de marche optique entre les deux ondes A et C 1 point + 1 point

Une condition nécessaire de guidage c'est que les ondes A et C soient en phase donc :

$$\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = 2hkn\cos\theta - 2\pi = 2m\pi \qquad m = 0, 1, 2, 3,$$ 2 points

ou bien :

$$qh = (m+1)\pi$$ 2 points

où $q = kn\cos\theta$ représente le nombre d'onde transverse. Avec $\beta = kn\sin\theta$ on remarque que kn, q et β sont liés géométriquement par la relation : $q^2 + \beta^2 = k^2n^2$ alors $\beta^2 = k^2n^2 - q^2$

$$\beta_m = \sqrt{k^2n^2 - (m+1)^2\frac{\pi^2}{h^2}} = \pi\sqrt{\frac{4n^2}{\lambda^2} - \frac{(m+1)^2}{h^2}}$$ 2 points

C'est la condition de quantification de la constante de propagation qui démontre que la constante de propagation ne peut prendre que des valeurs discrètes

$qh = (m+1)\pi \Longrightarrow kn\cos\theta = (m+1)\,\pi \Longrightarrow \cos\theta_m = \dfrac{(m+1)\,\lambda}{2nh}$ 3 points

3. Décalage de Goss-Heanchen :
   - Les rayons réflechis sur les interfaces sont décalés d'une certaine distance par rapport aux rayons incidents
   - Le décalage de Goss-Heanchen résulte du fait que la lumière incidente n'est rigoureusement monochromatique mais c'est une superposition de plusieurs ondes planes élémentaires dont les angles d'incidence sont écartés de $\Delta\theta$ très faibles.
   - Les rayons lumineux pénètrent dans les milieux n_1 et n_2 de x_1 et x_2 respectivement

   L'épaisseur effective du guide est $h^* = h + x_1 + x_2$ 8 points