Institut Supérieur de Sciences Appliquées et Économiques
Centre du Liban associé au
Conservatoire National des Arts et Métiers

le cnam
Liban

Télécommunication optique (ELE107)

Examen de ***Rattrapage*** *2015-2016* **Durée : 2h :00**

Documents et Téléphones : STRICTEMENT INTERDITS

Exercice 1 ($2 \times 10 = 20$ points) Répondre très brièvement aux questions suivantes :

1. Que signifie la notion de longueur d'onde ?
2. Que signifie la notion de nombre d'onde ?
3. Donner l'équation de propagation d'une onde dans l'espace à la vitesse v.
4. Quelle est l'angle limite de réflexion totale sur l'interface de deux milieux n_1 et n_2 avec $n_1 > n_2$
5. Quelle est la relation entre la puissance optique et l'intensité de la lumière. ?
6. Quelle est le principe du fonctionnement d'une photodiode.
7. Quelle est l'avantage d'une photodiode à avalanche ?.
8. Quelle est l'influence de la disperssion sur la qualité de transmission dans fibre optique ?
9. Quelles sont les deux grandes catégories des fibres optiques ?
10. Quelles sont les causes principales de dégradation du signal dans une fibre optique ?

Solution 1

1. La longueur d'onde est la distance traversée pendant une période : $\lambda = vT$
2. Le nombre d'onde est le nombre des longueurs d'onde sur une unité de longueur
3. $\Delta u - \dfrac{1}{v^2}\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0$
4. $\theta_\ell = \arcsin\left(\dfrac{n_2}{n_1}\right)$
5. L'intensité de la lumière est la puissance optique par unité de surface : $I = \dfrac{P}{S}$
6. Conversion de l'énergie optique en énergie électrique
7. Amplification interne.
8. La dispersion limite la bande passante de la fibre.
9. Les deux grandes catégories des fibres optiques : monomode et multimode.
10. Les causes principales de dégradation du signal dans une fibre optique sont : l'atténuation et la dispersion.

Exercice 2 (35 points) On considère une photodiode PIN à hétérojonction, dans laquelle la couche intrinsèque est constituée du composé à petit gap $GaInAs$ $\left(E_g = 0.75\,\text{eV}, n = 3.5\right)$ de largeur $x_i = 5\,\mu\text{m}$,de coefficient d'absorption de α_i placée entre deux couches à grand gap en InP : $\left(E_g = 1.35\,\text{eV}, n' = 3.2\right)$, largeur x_p et de coefficient d'absorption α_p,

1. Dans quel domaine spectral peut-on utiliser cette photodiode pour avoir une efficacité quantique maximale.
2. La couche intrinsèque étant éclairée à travers la couche d'InP.
   (a) Etablire l'expression de l'efficacité quantique η de la photodiode en fonction de $x_i, \alpha_i, x_p, \alpha_p$
   (b) La photodiode reçoit la lumière laser de longueur d'onde $\lambda = 1.15\,\mu\text{m}$ pour laquelle le coefficient d'absorption de $GaInAs$ est équivalant à $\alpha_i = 5 \times 10^5\,\text{m}^{-1}$.Calculer la valeur numérique de η.
3. Définir la sensibilité spectrale, et calculer sa valeur pour la longueur d'onde utilisée.
4. Quelle est l'intensité du photocourant généré si la puissance incidente est d'ordre de 50 μW.

Solution 2

1. L'efficacité quantique est maximale si la zone InP est transparante et que le max d'absorption dans la zone intrinsèque par suite

   la zone InP est transparante si l'énergie du photon incident est $E_p = \dfrac{1.24}{\lambda_{(\mu\text{m})}} < E_{g(InP)(\text{eV})}$

   donc si $\lambda > \dfrac{1.24}{E_g} = \dfrac{1.24}{1.35} = 0.918\,52\,\mu\text{m}$ **5 points**

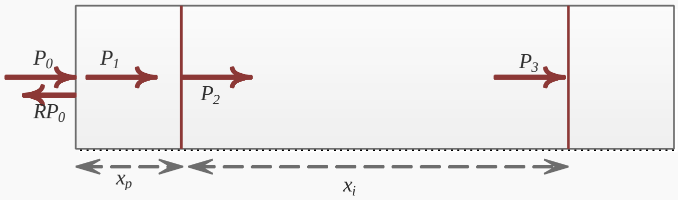
   d'autre part le photon est absorbé dans la zone I si son énergie est $> E_{g(GaInAs)}$ c.à.d. si $\lambda \leq \dfrac{1.24}{0.75} = 1.653\ \mu\text{m}$ **5 points**

   alors le domaine spectral qui donne une efficacité quantique maximale est tella que :

$$0.918\,52\,\mu\text{m} < \lambda < 1.6533\,\mu\text{m}$$

2. On désigne par P_0 la puissance incidente sur la zone P une partie de cette puissance subit une réflexion partielle sur le dioptre air-semiconducteur de réflexivité

$$R = \left(\frac{n'-1}{n'+1}\right)^2 = \left(\frac{3.2-1}{3.2+1}\right)^2 = 0.275$$



   (a) La puissance émergente dans la région P est $P_1 = (1-R)\,P_0$, en traversant la distance x_p la puissance devient $P_2 = (1-R)\,P_0 \exp\left(-\alpha_p x_p\right)$, et en traversant la zone désertée la puissance devient : $P_3 = (1-R)\,P_0 \exp\left(-\alpha_p x_p\right) \exp\left(-\alpha_i x_i\right)$ **5 points**

   donc la puissance absorbée dans la zone désertée et qui se transforme en courant est donc : $P_u = P_3 - P_1 = (1-R)\,P_0 \exp\left(-\alpha_p x_p\right) \left[1 - \exp\left(-\alpha_i x_i\right)\right]$ d'où l'efficacité quantique **5 points**

$$\eta = \frac{P_u}{P_0} = (1-R) \exp\left(-\alpha_p x_p\right) \left(1 - \exp\left(-\alpha_i x_i\right)\right)$$

(b) Pour $\lambda = 1.15\,\mu$m la zone InP est transparante c-à-d. $\alpha_p = 0$ donc :
$\eta = (1-R)(1-\exp(-\alpha_i x_i)) = (1-0.275)\left(1-e^{-2.5}\right) \simeq 0.665 \simeq 66.5\%$ **5 points**
on a $\alpha_i x_i = \left(5\times 10^5\right)\left(5\times 10^{-6}\right) = 2.5$

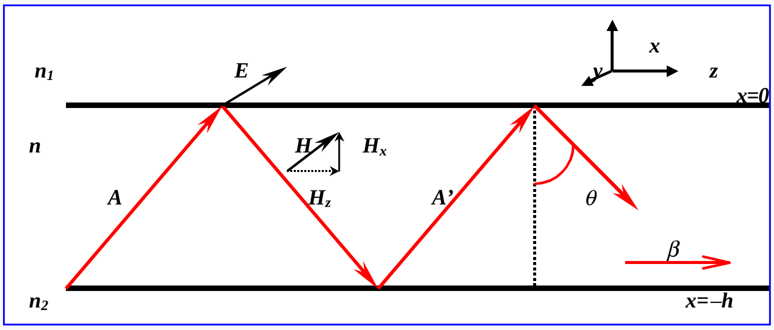
3. La sensibilité spectrale d'une photodiode représente le photocourant généré I_p par unité de puissance incidente P_i : **5 points**
$S_\lambda = \frac{I_p}{P_i} = \eta\frac{\lambda}{1.24} = 0.665\frac{1.15}{1.24} \simeq 0.62$ A/ W **3 points**
4. $I_p = S_\lambda P_i = 0.62\times 50 = 31\ \mu$A **2 points**

Exercice 3 (25 points) On considère un guide d'onde plan d'indice de réfraction $n = 1,8$, d'épaisseur $h = 50\ \mu m$ limité par deux milieux semi infinis d'indices $n_1 = 1,40$ et $n_2 = 1,42$. Une section rectangulaire est dans le plan xoz et l'onde se propage, en Zig-Zag suivant l'axe oz et on désigne par β la constante de propagation longitudinale.

1. Donner l'équation de propagation d'onde dans chaque région et discuter, en fonction de β, les conditions de propagation des modes dans tel guide d'onde.
2. Démontrer que β ne peut prendre que de valeurs discrètes et déduir la valeur critique de la longueur d'onde.
3. Calculer l'épaisseur effective du guide pour le mode TE_1 en utilisant la lumière monochromatique de longeur d'onde $\lambda = 1.13\ \mu m$.

Solution 3

$n = 1,8$, $h = 50\ \mu m$ $n_1 = 1,40$; $n_2 = 1,42$, $\lambda = 1.13\mu m$



1. Le mode du guide d'onde est la solution de l'équation de propagation d'onde de Maxwell qui l'on écrit dans le mileu d'indice n_i :

$$\vec{\nabla}^2 E + k^2 n_i^2 E = 0$$

où $k = \frac{2\pi}{\lambda}$. La solution de cette équation vérifie les conditions de continuité des composantes tangentielles et normales des vecteurs du champ électromagnétique sur les interfaces $n - n_1$ et $n - n_2$. Dans notre cas l'onde se propage le long de l'axe oz, on cherchera alors une solution de la forme : $E(r,t) = E(x,y).exp(j(\omega t - \beta z))$ qui verifie l'équation d'onde :

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial y^2} + \left(k^2 n_i^2 - \beta^2\right) E = 0$$

Cette équation démontre que les modes sont guidés lorsque la constante de propagation est telle que $kn_1 < \beta < kn$.

2. L'onde se propage le long du guide suivant l'axe oz et que $x = 0$ sur l'interface $n - n_1$et $x = -h$ sur l'interface $n - n_2$. L'onde A subit deux réflexions en $x = 0$et $x = -h$ pour arriver en A' . Chaque fois la réflexion interne totale introduit un déphasage de $-\pi$; de plus la différence de marche optique entre les deux ondes A et A' est $2hn\cos\theta$ ce qui entraîne une différence de phase de $2khn\cos\theta$ .Une condition nécessaire de guidage c'est que les ondes A et $A\prime$ soient en phase donc :

$$2khn\cos\theta - 2\pi = 2m\pi \qquad m = 0, 1, 2, 3, ... \tag{1}$$

ou bien :

$$qh = (m+1)\pi \tag{2}$$

où $q = kn\cos\theta$ représente le nombre d'onde transverse. Avec $\beta = kn\sin\theta$ on remarque que kn, q et β sont lier géométriquement par la relation : $q^2 + \beta^2 = k^2n^2$

En substituant dans (2) on trouve : $\beta = \sqrt{k^2n^2 - (m+1)^2\dfrac{\pi^2}{h^2}}$

C'est la condition de quantification de la constante de propagation qui démontre que la constante de propagation ne peut prendre que des valeurs discrètes : $\beta_m = \pi\sqrt{\dfrac{4n^2}{\lambda^2} - \dfrac{(m+1)^2}{h^2}}$ et il y en a un nombre limité des modes guidés.

β_m doit être réel $\Rightarrow \dfrac{4n^2}{\lambda^2} - \dfrac{(m+1)^2}{h^2} \geq 0 \Rightarrow \dfrac{2n}{\lambda} \geq \dfrac{m+1}{h} \Rightarrow \lambda \leq \lambda_c = \dfrac{2hn}{m+1}$

3. La constante de propagation du mode TE_1 est :

$\beta_1 = \sqrt{k^2n^2 - (1+1)^2\dfrac{\pi^2}{h^2}} = \sqrt{k^2n^2 - 4\dfrac{\pi^2}{h^2}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{n^2}{\lambda^2} - \dfrac{1}{h^2}}$

$= 2\pi\sqrt{\dfrac{1.8^2}{1.13^2} - \dfrac{1}{50^2}} = 3.1856\pi = 10.008\ \mu m^{-1}$

$\beta_1 = kn\sin\theta_1 \Rightarrow \sin\theta_1 = \dfrac{\lambda\beta_1}{2\pi n} = \dfrac{1.13 \times 3.1856\pi}{2 \times \pi \times 1.8} = 0.99992$

$x_1 = \dfrac{z_1}{\tan\theta} = \dfrac{\lambda}{2\pi\sqrt{n^2\sin^2\theta - n_1^2}} = \dfrac{1.13}{2\pi\sqrt{(1.8 \times 0.99992)^2 - (1.4)^2}} = 0.15899$

$x_2 = \dfrac{z_2}{\tan\theta} = \dfrac{\lambda}{2\pi\sqrt{n^2\sin^2\theta - n_2^2}} = \dfrac{1.13}{2\pi\sqrt{(1.8 \times 0.99992)^2 - (1.42)^2}} = 0.16262$

et l'épaisseur éffective est : $h^* = h + x_1 + x_2 = 50 + 0.15899 + 0.16262 = 50.322\ \mu m$.

Exercice 4 (20 points) La constante d'atténuation intrinsèque d'une diode laser à $GaAs$ (de permittivité diélectrique $\varepsilon = 13,2$) est $\alpha_i = 550m^{-1}$, les dimensions de la cavité : longueur $L = 600\,\mu$m, largeur $w = 1\,\mu$m, épaisseur $d = 0.5\,\mu$m. La diode émet de la lumière de longueur d'onde $\lambda = 0,85\,\mu$m de largeur spectrale $\Delta\lambda = 0,05\,\mu$m.

1. Calculer la valeur minimale du gain interne pour le déclenchement de l'effet laser.
2. Etablire l'expression de la durée de vie d'un photon à l'intérieur de la cavité et calculer sa valeur numérique
3. Etablire la formule donnant le nombre des modes longitudinaux excités M, Calculer M
4. Calculer la densité des électrons recombinés sous l'intensité du courant de densité $j = 3 \times 10^6$ A m^{-2} sachant que la densité du courant de seuil est $j_s = 2 \times 10^6$ A m^{-2}.
5. Calculer la puissance optique émise à l'extérieure si l'efficacité quantique est $\eta_i = 75\%$

Solution 4

1. $g_s = \alpha_i + \frac{1}{L}\ln\frac{1}{R}$

   $n = \sqrt{\varepsilon} = \sqrt{13.2} = 3.6332 \Longrightarrow R = \left(\frac{3.6332-1}{3.6332+1}\right)^2 = 0.323$

   $\alpha_m = \frac{1}{L}\ln\frac{1}{R} = \frac{1}{600\times10^{-6}}\ln\left(\frac{1}{0.323}\right) = 1883.5\,\mathrm{m}^{-1}$

   $g_s = 550 + 1883.5 = 2433.5\,\mathrm{m}^{-1}$

2. $P_f = P_i \exp(-\alpha z) = P_i \exp\left(-\frac{t}{\tau_p}\right)$

   $\Longrightarrow \alpha z = \alpha v t = \frac{t}{\tau_p} \Longrightarrow \frac{\alpha c}{n} = \frac{1}{\tau_p}$

   $\Longrightarrow \tau_p = \frac{n}{\alpha c} = \frac{n}{g_s c} = \frac{3.6}{2433.5\times3\times10^8} = 4.9312\times10^{-12}\,\mathrm{sec} = 4.9312\,\mathrm{ps}$

3. Condition de résonance : $2nL = m\lambda \Longrightarrow 0 = md\lambda + \lambda dm \Longrightarrow \Delta m = m\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{2nL}{\lambda^2}\Delta\lambda$

   $M = m_{\max} - m_{\min} = \frac{2nL}{\lambda^2}\Delta\lambda = \frac{2\times3.6332\times600}{(0.85)^2}\times0.05 = 301$

   Intervalle en fréquence : $\Delta f = c\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2} = 3\times10^8\times10^6\frac{0.05}{(0.85)^2} = 2.0761\times10^{13}\,\mathrm{Hz}$

4. $N_e = \frac{I-I_s}{e\times V} = \frac{(j-j_s)\times L\times w}{e\times L\times w\times d} = \frac{(j-j_s)}{e\times d}$

   $= \frac{(3-2)\times10^6}{1.6\times10^{-19}\times0.5\times10^{-6}} = 1.25\times10^{31}\,\mathrm{m}^{-3}$

5. $P_e = \frac{P_i}{2}\frac{\alpha_m}{\alpha_i+\alpha_m}$

   $P_i = \eta_i\frac{\hbar\omega}{e}(I-I_s) = \eta_i\frac{hc}{e\lambda}(I-I_s) = \eta_i\frac{1.24}{\lambda_{\mu\mathrm{m}}}(I-I_s)$

   $I = j\times L\times w = 3\times10^6\times600\times10^{-6}\times1\times10^{-6} = 1.8\,\mathrm{mA}$

   $I_s = j_s\times L\times w = 2\times10^6\times600\times10^{-6}\times1\times10^{-6} = 1.2\,\mathrm{mA}$

   $P_i = \eta_i\frac{1.24}{\lambda_{\mu\mathrm{m}}}(I-I_s) = 0.75\times\frac{1.24}{0.85}\times(1.8-1.2) = 0.65647\,\mathrm{mW}$

   $P_e = \frac{0.65647}{2}\times\frac{1883.5}{550+1883.5} = 0.25405\,\mathrm{mW}$

Formulaires

Optique physique, Guide d'onde plan :

1. Coefficients de réflexion et de transmission
   $r_\perp = \frac{n_1\cos\theta_1 - n_2\cos\theta_2}{n_1\cos\theta_1 + n_2\cos\theta_2}$
   $r_{//} = \frac{n_1\cos\theta_2 - n_2\cos\theta_1}{n_1\cos\theta_2 + n_2\cos\theta_1}$
   $t_{//} = \frac{2n_1\cos\theta_1}{n_2\cos\theta_1 + n_1\cos\theta_2}$
   $t_\perp = \frac{2n_1\cos\theta_1}{n_1\cos\theta_1 + n_2\cos\theta_2}$
2. Constante de propagation
   $\beta = kn\sin\theta$
   $\beta_m = \sqrt{k^2n^2 - (m+1)^2\,\frac{\pi^2}{h^2}}$
3. Ordre maximal des modes guidés
   $M = \frac{V}{\pi}$
   $V = \frac{2\pi h}{\lambda}\sqrt{n^2 - n_2^2}$
4. Décalage de Goos-Hänschen
   $z_i = \frac{\tan\theta}{k\sqrt{n^2\sin^2\theta - n_i^2}}$
   $x_m = \frac{1}{\sqrt{\beta_m^2 - k^2n_i^2}}$
5. Relation de dispersion $k^2 = \varepsilon\mu_0\omega^2$
6. Différence de marche optique : $2kh\cos\theta$

Fibre optique :

1. Profil et Différence d'indice
   (a) $n(r) = n_1\sqrt{1 - 2\Delta\left(\frac{r}{a}\right)^\alpha}$
   (b) $\Delta = \frac{n_1^2 - n_2^2}{2n_1^2}$
2. Ouverture Numérique : $ON = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$
3. Nombre de modes
   (a) $N = \frac{V^2}{2}\frac{\alpha}{\alpha+2}$
   (b) monomode pour $V < 2.405$
4. Coefficient d'atténuation $\alpha = \frac{10}{L}\log\left(\frac{P_s}{P_i}\right)$
5. Groupe d'onde
   (a) Vitesse $v_g = \frac{d\omega}{d\beta}$
   (b) Indice $N_g = \frac{c}{v_g} = n - \lambda\frac{dn}{d\lambda}$
   (c) La différence de transit $\Delta\tau = \frac{d\tau}{d\lambda}\Delta\lambda$
6. Dispersion
   (a) intermodale $\Delta\tau_n = \frac{L}{2cn_1}(ON)^2$
   (b) du matériau $\Delta\tau_m = M_d L\Delta\lambda$
   $M_d = -\frac{\lambda}{c}\frac{d^2n}{d\lambda^2}$

Atomique, Constantes Physiques :

Formule de Ritz : $\frac{1}{\lambda_n} = R\left(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{n^2}\right)$
Moment cinétique quantifié $mvr = n\hbar$
Force centrifuge $= \frac{mv^2}{r}$
Force de Coulombe $\overrightarrow{F} = \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\overrightarrow{r}$
Rayon de Bohr : $r_n = \frac{4\pi\varepsilon_0 n^2\hbar^2}{me^2}$
Constante de Rydberg $R = \frac{me^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2 hc}$

$R \simeq 1.09 \times 10^7\ \mathrm{m^{-1}}$
Constante de Planck : $h = 6.626 \times 10^{-34}\ \mathrm{J\,s}$
Célérité dans le vide : $c = 3 \times 10^8\ \mathrm{m/s}$
Charge de l'électron : $e = 1.60 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}$
Masse de l'électron : $m = 9.11 \times 10^{-31}\ \mathrm{kg}$
$\varepsilon_0 = \frac{10^{-9}}{36\pi} = 8.85 \times 10^{-12}\ \mathrm{F\,m^{-1}}$
$1\ \text{Å} = 10^{-10}\ \mathrm{m}$

Photodiode :

1. Sensibilité : $S_\lambda = \eta\frac{\lambda}{1.24}$
2. Efficacité quantique :
   (a) $\eta = (1-R)\,e^{-\alpha_s w_p}\left(1 - e^{-\alpha_s w_d}\right)$
   (b) $\eta = \frac{I_p h\nu}{eP_i}$
3. Tension $V = -\frac{e}{2\varepsilon}\left(N_D x_n^2 + N_A x_p^2\right)$
4. Facteur de multiplication
   $M_n = \frac{I_n(x_d)}{I_{no}} = \frac{1}{1-\alpha.x_d}$

Diode Laser :

1. Le rendement quantique : $\eta_i = \frac{R_r}{R_r+R_{nr}}$
2. Gain de seuil : $g_s = \alpha_i + \frac{1}{L}\ln\frac{1}{R}$
3. Condition de résonance : $2nL = m\lambda$
4. Durée de vie du photon : $\tau_p = \frac{n}{cg_s}$
5. Efficacité quantique :
   (a) différentielle : $\eta_d = \frac{1}{E_g}\frac{\Delta P}{\Delta I}$
   (b) interne : $\eta_i = \eta_d \frac{\alpha_i+\alpha_m}{\alpha_m}$
   (c) externe : $\eta_{ext} = \frac{P}{IE_g} = \eta_d\left(1-\frac{I_s}{I}\right)$
6. Courant de seuil :
   (a) $\phi_s = \frac{\tau_p}{ed}(J - J_s)$
   (b) $N_s = \frac{8\pi v_0^2 n^2 \tau_e \Delta v}{c^2}\left(\alpha_i + \frac{1}{L}\ln\frac{1}{R}\right)$
   (c) $J_s = \frac{8\pi cen^2}{\lambda^4 \eta_i} d\Delta\lambda \left(\alpha_i + \frac{1}{L}\ln\frac{1}{R}\right)$
   (d) $I_s = I_0 \exp\left(\frac{T}{T_0}\right)$
7. La puissance
   (a) interne $P_i = \eta_i \frac{\hbar\omega}{e}(I - I_s)$
   (b) sortie : $P_e = \frac{P_i}{2}\frac{\alpha_m}{\alpha_i+\alpha_m}$
8. délais de polarisation :
   (a) $t_d = \tau_e \ln\frac{I_0}{I_0-I_s}$
   (b) $t_d = \tau_e \ln\frac{I_0-I_p}{I_0-I_s}$
9. DEL :
   (a) puissance interne : $P_i = \eta_i E_g I$
   (b) puissance externe$P_e = \eta_e P_i$
   (c) $\eta_e \approx \frac{1}{n(1+n)^2}$
   (d) $I(\theta) = I_0 \cos\theta$
   (e) $\phi = 2\pi \int_0^{\theta\ell} I(\theta)\sin\theta d\theta$

Systèmes de transmissions

1. Bilan d'énergie : $\alpha_t = 10.\log\left(\frac{P_r}{P_e}\right)$
   $= \alpha_{ef} + \alpha_{fo} + N.\alpha_{ff} + \alpha_{fr} + M$
   (a) $\alpha_{ef} = \alpha_{ON} + \alpha_g + \alpha_F + \alpha_S$
      i. $\alpha_{ON} = 20\log\left(\frac{ON_e}{ON_f}\right)$
      ii. $\alpha_S = 20\log\left(\frac{S_e}{S_f}\right)$
      iii. $\alpha_g = 10.\log\left(\frac{1+\frac{2}{\alpha_f}}{1+\frac{2}{\alpha_e}}\right)$
      iv. $\alpha_F = 10.\log\left(\frac{4n_f}{(n_f+1)^2}\frac{(n_e+1)^2}{4n_e}\right)$
   (b) $\alpha_{ff} = \alpha_{ON} + \alpha_g + 2\alpha_F + \alpha_S + \alpha_{con}$
2. Bilan de dispersion
   $\Delta\tau_t = \sqrt{\Delta\tau_m^2 + \Delta\tau_n^2 + \Delta\tau_d^2 + \Delta\tau_r^2}$
3. bruits
   (a) thermique : $\langle i_{th}^2\rangle = \frac{4kT}{R_L}\Delta f$
   (b) d'obscurité : $\langle i_o^2\rangle = 2.e.\Delta f.I_o$
   $I_o = I_s.\exp\left(\frac{qV_d}{kT} - 1\right)$
   (c) Schottky : $\left\langle i_q^2\right\rangle = 2.e.\Delta f.I_p$
4. Rapport signal à bruit : $\frac{S}{N} = \frac{\langle I_p^2\rangle}{\langle i_q^2\rangle + \langle i_o^2\rangle + \langle i_{th}^2\rangle}$
5. Probabilité d'erreur :
   $P_e = P(1)\times P(0/1) + P(0)\times P(1/0)$
   (a) $P(0/1) = \frac{1}{2}\operatorname{erfc}\left(\frac{|i_S - i_d|}{\sqrt{2\langle i_N^2\rangle}}\right)$
   (b) $P(1/0) = \frac{1}{2}\operatorname{erfc}\left(\frac{|-i_d|}{\sqrt{2\langle i_N^2\rangle}}\right)$
   (c) si $i_d = \frac{i_S}{2}$
      i. $P_e = \frac{1}{2}\operatorname{erfc}\left(\frac{i_S}{2\sqrt{2\langle i_N^2\rangle}}\right)$
      ii. $P_e = \frac{1}{2}\operatorname{erfc}\left(\frac{\sqrt{S/N}}{2\sqrt{2}}\right)$
   (d) Facteur de qualité
      i. $P_e(Q) \approx \frac{\exp(-Q^2/2)}{\sqrt{2\pi Q}}$
      ii. $Q = \sqrt{\frac{(i - i_S)^2}{2\langle i_N^2\rangle}}$
6. Capacité d'information $C = B\log_2\left(1+\frac{S}{N}\right)$