Sources optoélectroniques

Exercices corrigés

Exercice 1 *Dans le cadre du développement de lasers à semi-conducteur dans l'infrarouge, un grand intérêt existe pour l'utilisation d'alliages quaternaires* $Ga_xIn_{1-x}As_yP_{1-y}$. *où* x *et* y *sont les fractions molaires des composés. Compte tenu du fait que, lors de la réalisation de composants, il soit essentiel d'utiliser des couches de même paramètre de maille cristalline.*

La relation entre les proportions x *et* y *qui permet d'obtenir un alliage dont le paramètre de maille est identique au phosphure d'indium est :*

$x \simeq 0.454y + 0.014y^2$ *ou* $y \simeq 2.203x - 0.015x^2$

Les largeurs des bandes interdites se déterminent par les realtions empiriques :

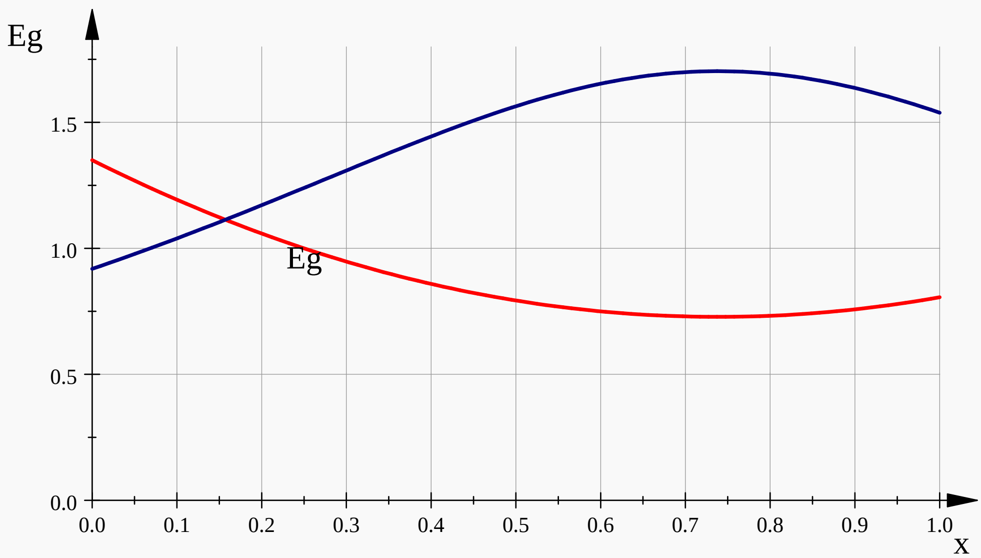
$Eg[eV] = 1.350 - 0.765y + 0.212y^2$ *ou encore* $Eg[eV] = 1.350 - 1.684x + 1.140x^2$

1. *Tracer les graphes* E_g *et* λ *en fonction de* x *et* y
2. *Calculer les longueurs d'onde qui peuvent être émis pour les fractions molaires* $x = 0.3$ *et* $y = 0.3$
3. *Quel aliages donnent les longueurs d'onde* $\lambda = 1.15\mu m$ *et* $1.3\mu m$.

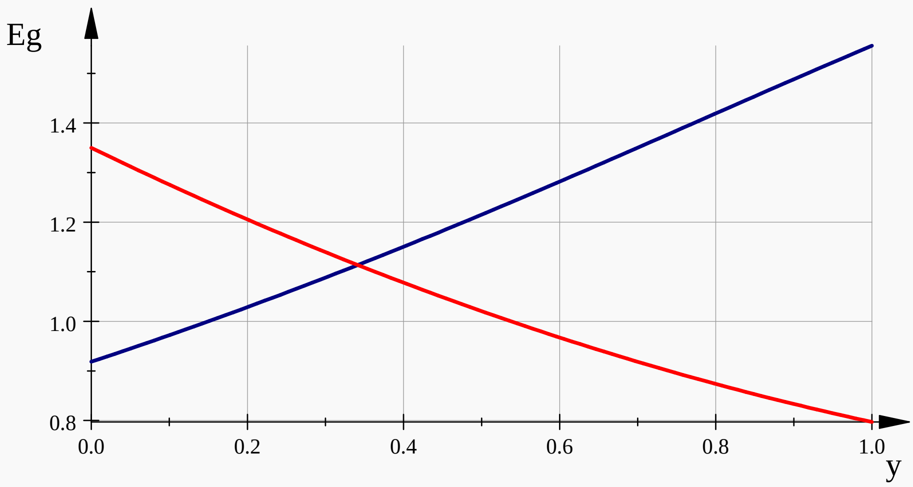
Solution 1

1. $\lambda = \dfrac{1.24}{E_g} = \dfrac{1.24}{1.350 - 1.684x + 1.140x^2} = \dfrac{1.24}{1.350 - 0.765y + 0.212y^2}$

   graphes



Graphes de E_g et λ en fonction de x



2. $x = 0.3$
$E_g[eV] = 1.350 - 1.684x + 1.140x^2$
$= 1.350 - 1.684 \times 0.3 + 1.140 \times (0.3)^2 = 0.9474\ eV$
$\Rightarrow \lambda = \dfrac{1.24}{0.9474} = 1.3088\ \mu m$
$E_g[eV] = 1.350 - 0.765y + 0.212y^2$
$= 1.350 - 0.765 \times 0.3 + 0.212 \times (0.3)^2 = 1.1396\ eV$
$\Longrightarrow \lambda = \dfrac{1.24}{1.1396} = 1.0881 \mu m$

3. $\lambda = 1.15\mu m \Longrightarrow E_g = \dfrac{1.24}{1.15} = 1.0783 = 1.350 - 1.684x + 1.140x^2$
$\Longrightarrow 1.14x^2 - 1.684x + 0.2717 = 0$
avec $0 \leq x \leq 1$ on aura $x = 0.18435$ et
$y \simeq 2.203x - 0.015x^2$
$y \simeq 2.203 \times 0.18435 - 0.015 \times (0.18435)^2 = 0.40561$

Exercice 2 *Considérez un laser $InGaAsP - InP$ dont la cavité a une longueur de 250 μm. Le gain de ce milieu est maximal à 1550 nm et l'indice de réfraction du matériau est 3.3. Au courant d'opération choisi, la courbe de gain du matériau dépasse la valeur seuil sur une plage de 20nm.*

1. *Quel est l'indice du mode longitudinal subissant le gain maximal ?*
2. *Quel est l'espacement entre les modes longitudinaux ?*
3. *Combien de modes longitudinaux existent à l'intérieur de la plage spectrale couverte par la courbe de gain (valeurs supérieures au seuil) ?*

Solution 2

1. Condition de résonance : $2nL = m\lambda$,
Le gain de ce milieu est maximal à 1550 $nm = 1.55\mu m$
$m = \dfrac{2nL}{\lambda} = \left\lceil \dfrac{2 \times 3.3 \times 250}{1.55} \right\rceil = 1065$

2. $d(2nL) = d(m\lambda)$ si le milieu est non dispersif, on aura $d(m\lambda) = 0$ ou bien $md\lambda + \lambda dm = 0$.
   En valeur absolue $\Delta\lambda = \frac{\lambda}{m}\Delta m = \frac{\lambda^2}{2nL}\Delta m$
   Pour les modes successives $\Delta m = 1$ donc
   $\Delta\lambda = \frac{\lambda}{m} = \frac{\lambda^2}{2nL} = \frac{(1.55)^2}{2\times 3.3\times 250} = 1.4561\times 10^{-3}\mu m = 1.45nm$
3. $\Delta m = \frac{2nL}{\lambda^2}\Delta\lambda = \left\lceil \frac{2\times 3.3\times 250}{(1.55)^2}\times 20\times 10^{-3}\right\rceil = 14$ modes.

Exercice 3 *La constante d'atténuation intrinsèque d'une diode laser à GaAs (de permittivité diélectrique $\varepsilon = 13,2$) est $\alpha_i = 600m^{-1}$, les dimensions de la cavité : longueur $L = 500\mu m$, largeur $w = 1.3\mu m$, épaisseur $d = 0.7\mu m$. La diode émet de la lumière de longueur d'onde $\lambda = 0,8\mu m$ de largeur spectrale $\Delta\lambda = 0,05\mu m$.*

1. *Calculer le gain du seuil*
2. *Calculer la durée de vie d'un photon à l'intérieur de la cavité*
3. *Calculer le nombre des modes longitudinaux excités.*
4. *Calculer la densité des électrons recombinés sous l'intensité du courant de densité $j = 3\times 10^6 Am^{-2}$ sachant que la densité du courant de seuil est $j_s = 2\times 10^6\ Am^{-2}$.*
5. *Calculer la puissance optique émise si l'efficacité quantique est $\eta_i = 75\%$*

Solution 3

1. $g_s = \alpha_i - \frac{1}{L}\ln R$
   $R = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2 = \left(\frac{3.63-1}{3.63+1}\right)^2 = 0.32266$
   $g_s = 600 - \frac{1}{500\times 10^{-6}}\ln(0.32266) = 2862.3m^{-1}$
2. $\tau_p = \frac{n}{cg_s} = \frac{3.6332}{3\times 10^8\times 2862.3} = 4.2311\times 10^{-12}s = 4.2311ps$
3. $M = \frac{2nL}{\lambda^2}\Delta\lambda = \frac{2\times 3.6332\times 500}{(0.8)^2}\times 0.05 = 283.84 \simeq 284$ modes
4. $N_r = \frac{I-I_s}{Ve} = \frac{j-j_s}{d\times w\times L\times e}\times w\times L$
   $= \frac{j-j_s}{d\times e} = \frac{(3-2)\times 10^6}{0.7\times 10^{-6}\times 1.602\times 10^{-19}} = 8.9174\times 10^{30}$ électrons$/m^3$
5. La puissance émise à l'intérieure de la cavité est :
   $P_i = \eta_i\frac{I-I_s}{e}\frac{hc}{\lambda} = \eta_i\frac{1.24}{\lambda_{\mu m}}(I-I_s) = \eta_i\frac{1.24}{\lambda_{\mu m}}(j-j_s)\times w\times L$
   $= 0.75\times\frac{1.24}{0.8}(3-2)\times 10^6\times 1.3\times 10^{-6}\times 500\times 10^{-6} = 7.5563\times 10^{-4}W = 0.755mW$
   La puissance émise à l'extérieure, par une face, est : $P_e = \frac{P_i}{2}\frac{\alpha_m}{\alpha_i+\alpha_m}$

$$\alpha_m = -\frac{1}{L}\ln R = -\frac{1}{500\times 10^{-6}}\ln(0.322\,66) = 2262.3$$
$$P_e = \frac{0.755}{2}\frac{2262.3}{2862.3} = 0.298\,37mW$$

Exercice 4 *On fabrique une diode laser à InGaAsP dont l'indice de réfraction de la couche active est $n = 3.5$ et la perte interne totale est $\alpha_i = 575m^{-1}$, la longueur de la cavité est $L = 300\mu m$. l'intensité de courant de seuil est $100mA$*

1. *Calculer la puissance optique en un point de la cavité après traversée la cavité 10 fois sachant que la puissance initiale était $P_0 = 0.5\ mW$ et le coefficient de gain net est $g = 5000\ m^{-1}$.*
2. *Calculer l'intervalle en fréquences entre les modes successives.*
3. *Quel est le temps de réponse de diode en appliquant un courant d'intensité $200mA$ sachant que la durée de vie des porteurs minoritaires est de $4ns$.*
   Quel courant de prépolarisation réduit le temps de réponse à la moitié ?

Solution 4

1. Le facteur du gain du seuil est
   $$g_s = \alpha_i + \alpha_m = \alpha_i - \frac{1}{L}\ln R = \alpha_i - \frac{1}{L}\ln\left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2$$
   $$= 575 - \frac{1}{300\times 10^{-6}}\ln\left(\frac{3.5-1}{3.5+1}\right)^2 = 4493.6m^{-1}$$
   La longueur du trajet, en tarversant 10 fois la cavité, est :
   $$z = 10\times 2L = 20\times 300\mu m = 6000\mu m = 6\times 10^{-3}m \Longrightarrow P(z) = P_o\exp\left((g-g_s)z\right)$$
   $$= P_0\times\exp\left((5000-4493.6)\times 6\times 10^{-3}\right) = 20.872P_0 = 20.872\times 0.5mW = 10.436mW$$
2. $$\Delta f = \frac{c\Delta\lambda}{\lambda^2} = \frac{c}{2nL} = \frac{3\times 10^8}{2\times 3.5\times 300\times 10^{-6}} = 1.428\,6\times 10^{11}Hz$$
3. Le temps de réponse est donné par :
   $$t_d = \tau_e\ln\left(\frac{I}{I-I_s}\right)$$
   $$= 4\times\ln\left(\frac{200}{200-100}\right) = 4\ln 2 = 2.772\,6ns$$
   $$t'_d = \tau_e\ln\left(\frac{I-I_p}{I-I_s}\right) = \frac{1}{2}\tau_e\ln\left(\frac{I}{I-I_s}\right)$$
   $$\Longrightarrow \frac{I-I_p}{I-I_s} = \sqrt{\frac{I}{I-I_s}}$$
   $$\Longrightarrow I-I_p = (I-I_s)\times\sqrt{\frac{I}{I-I_s}} = (200-100)\sqrt{\frac{200}{200-100}} = 100\sqrt{2}$$
   $$\Longrightarrow I_p = I - 100\sqrt{2} = 200 - 100\sqrt{2} = 58.579mA$$

Exercice 5 *La puissance émise par une diode laser est* $2mW$ *pour un courant d'intensité* $50mA$*, elle devient* $4.5\ mW$ *avec le courant de* $55mA$ *d'intensité. Les dimensions de la cavité :* $350 \times 1,5 \times 0,8\mu m^3$ *et l'indice de réfraction est* $n = 3,4$

1. *Calculer l'intensité du courant de seuil*
2. *Quelle est la puissance optique interne si l'atténuation intrinsèque est équivalent à* $\alpha_i = 600m^{-1}$.
3. *Calculer l'efficacité quantique pour la longueur d'onde* $\lambda = 0.85\mu m$.
4. *Calculer le nombre des porteurs recombinés par seconde*

Solution 5

$$I_1 = 50mA \to P_1 = 2mW \text{ et } I_1 = 55mA \to P_1 = 4.5mW$$

1. La puissance à l'extérieure est $P_e = \dfrac{P_i}{2}\dfrac{\alpha_m}{\alpha_i+\alpha_m} = \dfrac{1}{2}\eta_i\dfrac{I-I_s}{e}\dfrac{hc}{\lambda}\dfrac{\alpha_m}{\alpha_i+\alpha_m} = K(I-I_s)$

   Avec $K = \dfrac{\eta_i}{2e}\dfrac{hc}{\lambda}\dfrac{\alpha_m}{\alpha_i+\alpha_m} \Longrightarrow \begin{cases} P_{1e} &= K(I_1-I_s) \\ P_{2e} &= K(I_2-I_s)\end{cases}$

   $\Longrightarrow \dfrac{P_{1e}}{P_{2e}} = \dfrac{I_1-I_s}{I_2-I_s} \Longrightarrow \dfrac{2}{4.5} = \dfrac{50-I_s}{55-I_s}$

   $\Longrightarrow 110 - 2I_s = 225 - 4.5I_s \Longrightarrow I_s = \dfrac{115}{2.5} = 46\ mA$

2. $P_e = \dfrac{P_i}{2}\dfrac{\alpha_m}{\alpha_i+\alpha_m} \Longrightarrow P_i = 2P_e\dfrac{\alpha_i+\alpha_m}{\alpha_i}$

   $\alpha_m = -\dfrac{1}{L}\ln R = -\dfrac{1}{350\times10^{-6}}\ln\left(\dfrac{3.4-1}{3.4+1}\right)^2 = 3463.6m^{-1}$

   Pour $P_e = 2mW$ on a $P_i = \dfrac{2\times2\times(600+3463.6)}{3463.6} = 4.6929mW$

   Pour $P_e = 4.5mW$ on a $P_i = \dfrac{2\times4.5\times(600+3463.6)}{3463.6} = 10.559mW$

3. $P_i = \eta_i\dfrac{I-I_s}{e}\dfrac{hc}{\lambda} = 2P_e\dfrac{\alpha_i+\alpha_m}{\alpha_i} \Longrightarrow \eta_i = 2P_e\dfrac{\alpha_i+\alpha_m}{\alpha_i}\dfrac{e\lambda}{hc(I-I_s)}$

   ou bien $\eta_i = \dfrac{e\lambda}{hc(I-I_s)}P_i$

   on a $\dfrac{hc}{e} = \dfrac{6.62\times10^{-34}\times3\times10^8}{1.602\times10^{-19}} = 1.2397\times10^{-6} \simeq 1.24\times10^{-6}$

   et si on exprime λ en μm on obtient

   $$\eta_i = \frac{\lambda_{\mu m}P_i}{1.24(I-I_s)} = \begin{cases} \dfrac{0.85\times4.6929}{1.24(50-46)} = 0.80423 & si \quad I = I_1 \\ \dfrac{0.85\times10.559}{1.24(55-46)} = 0.80422 & si \quad I = I_2 \end{cases} \Longrightarrow \eta_i \approx 80\%$$

4. En appliquant le courant d'intensité $I = 50mA$:

   $N_r = \dfrac{I-I_s}{e} = \dfrac{(50-46)\times10^{-3}}{1.602\times10^{-19}} = 2.4969\times10^{16}$

Exercice 6 *On fabrique une diode laser de couche active en GaAs , d'indice* $n = 3,6$ *pour la longueur d'onde* $\lambda = 0,95\mu m$*, et de largeur de bande interdite* $Eg = 1,3eV$*. Sachant que la puissance optique émise à l'intérieur est de* $10mW$ *en appliquant une tension de* $3V$ *à travers une résistance de* 100Ω.

1. *L'accroissement de 13% de la tension entraîne une augmentation de 20% de la puissance. Quelle est l'efficacité différentielle de diode.*
2. *Calculer l'intensité du courant de seuil.*
3. *La longueur de la cavité est 600μm, la perte intrinsèque est équivalent à 650m^{-1} . Calculer la puissance optique sortie par une face avec la tension 3V, et l'efficacité externe.*
4. *Quel est la valeur du rendement du dispositif.*

Solution 6

1. $V = rI \Longrightarrow I = \dfrac{V}{r} = \dfrac{3}{100}A = 30mA$
$I' = \dfrac{V'}{r} = \dfrac{V + 0.13V}{r} = 1.13\dfrac{V}{r} = 1.13I$
$\Delta I = I' - I = 0.13I = 0.13 \times 30 = 3.9mA$
$P' = P + 0.2P \Longrightarrow \Delta P = 0.2P = 0.2 \times 10 = 2mW$
$\eta_d = \dfrac{\Delta N_p}{\Delta N_e} = \dfrac{1}{E_g}\dfrac{\Delta P}{\Delta I} = \dfrac{1}{1.3} \times \dfrac{2}{3.9} = 0.394\,48 \approx 40\%$
2. $V = 3V \rightarrow I = 30mA \rightarrow P_i = 10mW$
$V' = 1.13V \rightarrow I' = 33.9mA \rightarrow P_i' = 1.2P_i = 12mW$
$\begin{cases} P_i = K(I - I_s) \\ P_i' = K(I' - I_s) \end{cases} \Longrightarrow \dfrac{P_i}{P_i'} = \dfrac{I - I_s}{I' - I_s}$
$\Longrightarrow I_s = \dfrac{P'I - PI'}{P' - P} = \dfrac{12 \times 30 - 10 \times 33.9}{12 - 10} = 10.5mA$
3. $P_e = \dfrac{P_i}{2}\dfrac{\alpha_m}{\alpha_i + \alpha_m} = \dfrac{\eta_i \alpha_m}{\alpha_i + \alpha_m}\dfrac{\hbar\omega\,(I - I_s)}{2e}$
$\alpha_m = \dfrac{1}{L}\ln\left(\dfrac{1}{R}\right)$
$R = \left(\dfrac{n-1}{n+1}\right)^2 = \left(\dfrac{3.6-1}{3.6+1}\right)^2 \approx 0.32 \Longrightarrow \alpha_m = \dfrac{1}{600 \times 10^{-6}}\ln\left(\dfrac{1}{0.32}\right) = 1899.1m^{-1}$
$P_e = \dfrac{10}{2}\dfrac{1899.1}{650 + 1899.1} = 3.725$
$\eta_{ext} = \eta_d\left(1 - \dfrac{I_s}{I}\right) = 0.394\,48 \times \left(1 - \dfrac{16.15}{30}\right) = 0.182\,12$
4. $\eta_c = \dfrac{P_{opt}}{P_{ele}} = \dfrac{P}{VI} = \dfrac{3.725}{30 \times 3} = 4.138\,9 \times 10^{-2}$

Exercice 7 *On considère une diode laser dont les caractéristiques sont : Pertes intrinsèques α_i , indice de réfraction n, dimenssions : $L \times w \times d$, largeur de la bande interdite E_g.*

1. *Démontrer que l'effet laser déclenche à partir d'une valeur de seuil du gain g_s qu'on déterminera l'expression .*
2. *En négligeant la dispersion dans la couche active, déterminer le nombre des modes excités (M) dans telle diode, En déduire l'intervalle de fréquence (Δf) entre deux modes successifs .*
3. *En tenant compte de la perte due à la réflexion sur les miroirs de la cavité. Calculer en fonction de n, L, et α_i la durée de vie du photon(τ_p) à l'intérieur de la cavité.*
4. *Calculer les valeurs numériques de : g_s, M, Δf, et τ_p*

5. *La diode émet de la puissance optique* $1.17mW$ *en appliquant un courant d'intensité : I , telle puissance devient* $1.95mW$ *si on augment l'intensité du courant de* $0.8mA$*. Calculer l'intensité du courant de seuil et la valeur de l'efficacité quantique.*
6. *Calculer le temps de réponse de diode avec le courant I. Quel courant de prépolarisation faut-il appliquer pour réduire le temps de réponse d'un facteur* $\gamma < 1$*.*
7. *Dans le cas d'une diode laser* $Ga_{1-x}Al_xAs$ *à hétérojonction la largeur de la bande interdite directe est donnée par la relation empirique :*

$$E_g = 1.424 + 1.266x + 0.266x^2$$

Pour la diode à $In_{1-x}Ga_xAs_yP_{1-y}$ *;* $y = 2.2x$*, l'énergie de gap est*

$$E_g = 1.35 - 0.72y + 0.12y^2.$$

si $x = 0.3$ *comparer les longueurs d'ondes de la lumière émise par les diodes.*

Application numériques :

Longueur de la cavité : $L = 500\mu m$*,largeur* $w = 1.3\mu m$*,épaisseur* $d = 0.1\mu m$*,* $n = 3.6$*,* $E_g = 1.3$ *eV*
$\alpha_i = 600m^{-1}$*,* $I = 3mA$*, largeur spectrale* $\Delta\lambda = 0.1\mu m$*. Durée de vie de l'électron :* $\tau_e = 3ns$*.*
Charge de l'électron : $1.60217733 \times 10^{-19}C$*,* $h = 6.6260755 \times 10^{-34}Js = 4.1356692 \times 10^{-15}eVs$

Solution 7

1. On aura de l'oscillation laser si le facteur de gain compense toutes les pertes c.à.d si :

$$g \geq g_s = \alpha_i + \frac{1}{L}\ln\left(\frac{1}{R}\right)$$

$R = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2$, $n = 3.6 \Rightarrow R = \left(\frac{3.6-1}{3.6+1}\right)^2 = 0.319\,47$

$\alpha_m = \frac{1}{500 \times 10^{-6}}\ln\left(\frac{1}{0.319}\right) = 2285.1m^{-1}$

$\Rightarrow g_s = 600 + 2285.1 = 2885.1m^{-1}$

2. La différentiation de condition de résonance : $2Ln = q\lambda$ dans un milieu non dispersif

$\Rightarrow qd\lambda + \lambda dq = 0 \Rightarrow \Delta q = q\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{2Ln}{\lambda^2}\Delta\lambda$

on a $E_g = 1.3eV = \frac{1.24}{\lambda_{\mu m}} \Longrightarrow \lambda = \frac{1.24}{1.3} = 0.953\,85\mu m$

$\Longrightarrow M = \Delta q = \frac{2 \times 500 \times 3.6}{(0.953\,85)^2} \times 0.1 \simeq 396$ modes

$f = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \Delta f = \frac{c\Delta\lambda}{\lambda^2} \Rightarrow \frac{\Delta\lambda}{\lambda^2} = \frac{\Delta f}{c}$ et $\Delta q = \frac{2Ln}{\lambda^2}\Delta\lambda = \frac{2Ln}{c}\Delta f$

l'ordres des modes successifs diffèrent de 1 c.à.d $\Delta q = 1$

$\Rightarrow \Delta f = \frac{c}{2nL} = \frac{3 \times 10^8}{2 \times 3.6 \times 500 \times 10^{-6}} = 8.333\,3 \times 10^{10}Hz$

3. La durée de vie d'un photon est donnée par :

$\tau_p = \frac{n}{cg_s} = \frac{3.6}{3 \times 10^8 \times 2885.1} = 4.159\,3 \times 10^{-12}s = 4.159\,3ps$

4. $g_s = 2885.1m^{-1}$, $M = 396$ modes, $\Delta f = 8.3333 \times 10^{10}Hz$, $\tau_p = 4.159ps$

5. $\begin{cases} P_{1i} = K(I_1 - I_s) \\ P_{2i} = K(I_2 - I_s) \end{cases}$

$\Longrightarrow \dfrac{P_{1i}}{P_{2i}} = \dfrac{I_1 - I_s}{I_2 - I_s} \Longrightarrow \dfrac{1.17}{1.95} = \dfrac{3 - I_s}{3.8 - I_s} \Longrightarrow I_s = \dfrac{P_2 I_1 - P_1 I_2}{P_2 - P_1} = 1.8mA$

6. la formule donnant le temps de réponse est $t_d = \tau_e \ln \dfrac{I}{I - I_s}$

$t_d = \tau_e \ln\left(\dfrac{I}{I - I_s}\right) = 3\ln\left(\dfrac{3}{3 - 1.8}\right) = 2.7489ns$

Pour réduire t_d d'un facteur $\gamma < 1$ il faut appliquer un courant de prépolarisation I_p tel que : $t'_d = \tau_e \ln\left(\dfrac{I - I_p}{I - I_s}\right) = \gamma t_d = \gamma \tau_e \ln\left(\dfrac{I}{I - I_s}\right)$

$\Rightarrow \ln\left(\dfrac{I - I_p}{I - I_s}\right) = \ln\left(\dfrac{I}{I - I_s}\right)^{\gamma} \Rightarrow I - I_p = \left(\dfrac{I}{I - I_s}\right)^{\gamma}(I - I_s)$

ou : $I - I_p = I(I - I_s)^{1-\gamma}$

$\Longrightarrow I_p = I - I^{\gamma}(I - I_s)^{1-\gamma}$

Pour $\gamma = \dfrac{1}{2} \Longrightarrow I_p = 3 - \sqrt{3}(3 - 1.8)^{1/2} = 1.1027mA$

7. $Ga_{1-x}Al_xAs : E_g = 1.424 + 1.266x + 0.266x^2$

$= 1.424 + 1.266(0.3) + 0.266(0.3)^2 = 1.8277eV$

$\lambda = \dfrac{1.24}{1.8277} = 0.67845\mu m$

$In_{1-x}Ga_xAs_yP_{1-y} : E_g = 1.35 - 0.72y + 0.12y^2$

$y = 2.2x = 2.3 \times 0.3 = 0.69$

$E_g = 1.35 - 0.72(0.69) + 0.12(0.69)^2 = 0.91033$

$\lambda = \dfrac{1.24}{0.91033} = 1.3621\mu m$

Exercice 8 *La caractérisation expérimentale d'un laser à semi-conducteurs de puissance rouge* $(\lambda = 620nm)$ *a permis d'évaluer que le courant seuil obéissait à la relation empirique :*

$$I_s = I_0 \exp\left(\frac{T}{T_0}\right)$$

où $I_0 = 0.1\ mA$, $T_0 = 51K$ *et* T *est la température du laser. Son rendement optique différentiel est de* 50%.

Le comportement électrique de cette diode en conduction peut être représenté par la relation linéaire :$V = Vo + rI$ *pour* $I > 0$, *où* $V_0 = 2.1V$, $r = 2.4\ \Omega$ *et* I *est le courant circulant à travers le laser.*

1. *Lorsque la température ambiante,* T_{amb}, *est de* 80°C, *et qu'un courant de* 200 mA *traverse le laser, déterminez la puissance optique émise par le laser.*

2. *Les caractéristiques observées pour ce laser ont été mesurées dans des conditions où la température de la région active était contrôlée avec précision. Supposez maintenant que la conduction thermique du laser ne soit plus idéale. La région active est donc reliée au support du laser par un bloc dont la résistance thermique est de* $R_{th} = 20\ KW^{-1}$. *Il s'ensuit que la température de la région active s'exprime comme :*

$$T - T_{amb} = R_{th} P_{ele} \tag{1.1}$$

où P_{ele} *est la puissance électrique dissipée par la diode. Quelle est la température du laser lorsque le courant est de* 200 mA ?

3. *Quelle est maintenant la puissance optique émise par le laser ?*

Solution 8

1. La puissance émise à l'intérieure de la cavité est : $P_i = \eta_i \frac{I - I_s}{e}\frac{hc}{\lambda} = \eta_i \frac{1.24}{\lambda_{\mu m}}(I - I_s)$

   On a $I_s = I_0 \exp\left(\frac{T}{T_0}\right) = 0.1 \times \exp\left(\frac{273+80}{51}\right) = 101.39 mA$

   $P_i = 0.5 \times \frac{1.24}{0.62} \times (200 - 101.39) = 98.61 mW$

   $P_{diss} = VI = V_0 I + rI^2 = 2.1 \times 0.2 + 2.4 \times (0.2)^2 = 0.516\,W.$
2. $T = T_{amb} + R_{th} P_{diss} = (80 + 273) + (20 \times 0.516) = 363.32K$

   $\rightarrow T°C = 363.32 - 273 = 90.32°C$

   $I_{s1} = 0.1 \exp\left(\frac{363.32}{51}\right) = 124.13 mA$
3. $P_i = 0.5 \times \frac{1.24}{0.62} \times (200 - 124.13) = 75.87 mW$

   ou bien $\frac{P_1}{P_2} = \frac{I - I_{s1}}{I - I_{s2}} \Longrightarrow \frac{98.61}{P_2} = \frac{200 - 101.39}{200 - 124.13} = 1.2997 \Longrightarrow P_2 = \frac{98.61}{1.2997} = 75.871$

Exercice 9 *Le facteur du gain d'un milieu actif laser, d'indice de réfraction n, à deux niveaux d'énergie E_1 et E_2 de même dégénérescence $g_1 = g_2$ et de populations respectives N_1 et N_2, s'exprime par la relation*

$$g = \frac{B_{21} N n h f}{c \Delta f}$$

où Δf est la largeur spectrale, f la fréquence de la lumière émise, B_{21} est le coefficient d'Einstein de l'émission stimulée et $N = N_2 - N_1$

1. *En utilisant les relations d'Einstein, exprimer le facteur du gain net sous la forme :*

$$g = \frac{N\lambda^4}{8\pi c \tau_e n^2 \Delta\lambda}$$

   où τ_e est la durée de vie des électrons sur le niveau E_2
2. *Le facteur du gain déterminé ci-haut peut être utilisé pour une diode laser d'efficacité interne η_i, où N est la concentration des électrons dans la couche active. Si la cavité est de longueur $L = 400\mu m$, de largeur $w = 1\mu m$, et d'épaisseur $d = 0.2\mu m$. A partir de l'équation de bilan de concentration, Etablir l'expression de la valeur au seuil (N_s) de concentration des électrons, ainsi que l'intensité du courant de seuil (I_s) en fonction de $f, \Delta f, c, n, L, d, R$ (coefficient de réflexion de la couche active), η_i et α_i (la perte intrinsèque).*
3. *Calculer la valeur numérique du facteur du gain au seuil g_s, et les valeurs numériques de g, N_s, I_s. On donne : $\eta_i = 75\%$, $n = 3.5$, $N = 2 \times 10^{22}\ m^{-3}$, $\lambda = 1.13\ \mu m$, $\Delta\lambda = 0.02\ \mu m$, $\tau_e = 3\ ns$; $\alpha_i = 600 m^{-1}$*
4. *Démontrer que la durée de vie d'un photon dans la diode est : $\tau_p = \frac{n}{c g_s}$ et calculer sa valeur numérique.*
5. *Etablir l'expression de la densité de seuil ϕ_s des photons en appliquant un courant d'intensité I, calculer sa valeur numérique pour $I = 50\ mA$.*

6. *Quelle est la puissance optique émise à l'extérieur par une face de diode.*
7. *Calculer le nombre des modes longitudinaux excités dans la cavité*
8. *Calculer le temps de réponse t_d de la diode. Quel courant de prépolarisation I_p fait réduire t_d à la moitié.*

Relations d'Einstein : $\frac{B_{21}}{B_{12}} = \frac{g_1}{g_2}$; $B_{21} = \frac{c^3}{8\pi h f^3 n^3} A_{21}$

L'équation de bilan de concentration : $\frac{dN}{dt} = \frac{j}{ed} - \frac{N}{\tau_e} - CN\phi$

Solution 9

On suppose que la lumière se propage le long de l'axe oz, dans un milieu d'indice de réfraction n, en traversant une distance dz l'intensité lumineuse incidente A devient $A + dA$.L'intensité lumineuse est par définition la puissnace émise par unité de surface :

$$A = \frac{P}{S} = \frac{E}{S \times t} = \frac{E \times z}{S \times z \times t} = \frac{E}{V} \times v = \rho v$$

avec ρ est densité volumique de l'énergie et v est la vitesse de la lumière dans le milieu.

1. En traversant la distance dz ; n_a photons sont absorbés par unité de surface et par unité de temps. n_e photons sont émis par transition stimulées tels que :
   $n_a = N_1 B_{12} \rho dz$ et $n_e = N_2 B_{21} \rho dz$
   $dA = (n_e - n_a) hf = (N_2 B_{21} - N_1 B_{12}) \rho h f dz$
   $\frac{B_{12}}{B_{21}} = \frac{g_2}{g_1}$ si $g_1 = g_2$ alors $B_{21} = B_{12}$
   $dA = B_{21} (N_2 - N_1) \rho h f dz = B_{21} N \rho h f dz = B_{21} N h f \frac{A}{v} dz = g_t A dz$
   L'amplification se fait pour les fréquences de la bande Δf alors $g = \frac{g_t}{\Delta f} = \frac{B_{21} N h f n}{c \Delta f}$
   $A_{21} = \frac{1}{\tau_e} = \frac{8\pi h f^3 n^3}{c^3} B_{12} \Rightarrow B_{12} = B_{21} = \frac{c^3}{8\pi n^3 h f^3 \tau_e}$
   $g = \frac{Nhfn}{c\Delta f} B_{21} = \frac{Nhfn}{c\Delta f} \times \frac{c^3}{8\pi n^3 h f^3 \tau_e} = \frac{1}{8\pi} \frac{c^2}{f^2 n^2} \frac{N}{\Delta f \tau_e}$
   on a $f = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \Delta f = \frac{c}{\lambda^2} \Delta\lambda$ donc
   $$g = \frac{N\lambda^4}{8\pi n^2 c \tau_e \Delta\lambda}$$
   Lorsque $g = g_s$ on a $N = N_s$
   $g_s = \alpha_i + \frac{1}{L} \ln\left(\frac{1}{R}\right) = \frac{N_s \lambda^4}{8\pi n^2 c \tau_e \Delta\lambda}$ on trouve :
   $$N_s = \frac{8\pi n^2 c \tau_e \Delta\lambda}{\lambda^4} \left(\alpha_i + \frac{1}{L} \ln\left(\frac{1}{R}\right)\right)$$
2. L'équation de bilan de concentration de porteurs est :
   $$\frac{dN}{dt} = \frac{j}{ed} - \frac{N}{\tau_e} - CN\phi \quad \left(m^{-3} s^{-1}\right)$$

L'équation de bilan de densitédes photons est : $\frac{d\phi}{dt} = CN\phi - \frac{\phi}{\tau_p}$

Au seuil $N = N_s \Rightarrow \frac{dN}{dt} = 0$ et pour $\phi = 0$ on a $\frac{j_s}{ed} = \frac{N_s}{\tau_e} \Rightarrow j_s = \frac{ed}{\tau_e} N_s$ ou on introduisant l'efficacité interne η_i :

$$j_s = \frac{ed}{\eta_i} \frac{8\pi n^2 c\Delta\lambda}{\lambda^4} \left(\alpha_i + \frac{1}{L} \ln \left(\frac{1}{R} \right) \right)$$

3. $\eta_i = 75\%$, $n = 3.5$, $N = 2 \times 10^{22}\ m^{-3}$, $\lambda = 1.13\ \mu m$, $\Delta\lambda = 0.02\ \mu m$, $\tau_e = 3\ ns$; $\alpha_i = 600 m^{-1}$

   $\mathbf{R} = \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^2 = \left(\frac{3.5-1}{3.5+1} \right)^2 = 0.308\,64$

   $\mathbf{g}_s = \alpha_i + \frac{1}{L} \ln \left(\frac{1}{R} \right) = 600 + \frac{10^6}{500} \ln \left(\frac{1}{0.308} \right) = 2955.3\ m^{-1}$

   $g = \frac{N\lambda^4}{8\pi n^2 c\tau_e \Delta\lambda} = \frac{2 \times 10^{22} \times (1.13 \times 10^{-6})^4}{8 \times \pi \times (3.5)^2 \times 3 \times 10^8 \times 3 \times 10^{-9} \times 0.02 \times 10^{-6}} = 5884.3\ \mathrm{m}^{-1}$

   $\mathbf{N}_s = \frac{8\pi f^2 n^2 \Delta f \tau_e}{c^2} g_s = \frac{8\pi n^2 c\tau_e \Delta\lambda}{\lambda^4} g_s$

   $= \frac{8\pi \times (3.5)^2 \times 3 \times 10^8 \times 3 \times 10^{-9} \times 0.02 \times 10^{-6} \times 2955.3}{(1.13 \times 10^{-6})^4} = 1.004\,5 \times 10^{22}\ \mathrm{m}^{-3}$

   $\mathbf{j}_s = \frac{ed}{\tau_e} N_s$

   $= \frac{1.60217733 \times 10^{-19} \times 0.2 \times 10^{-6}}{3 \times 10^{-12}} \times 1.004\,5 \times 10^{22} = 1.072\,9 \times 10^8 Am^{-2}$

   $I_s = j_s \times S = j_s \times L \times w = 1.072\,9 \times 10^8 \times 500 \times 1 \times 10^{-12} = 5.364\,5 \times 10^{-2} A$

4. L'intensité de la lumière décroit dans la cavité en fonction de la distance traversé suivant le facteur $\exp(-\alpha_t x)$ et en fonction du temps suivant $\exp\left(-\frac{t}{\tau_p} \right)$; $\alpha_t = \alpha_i + \alpha_m = g_s$ en égalisant ces deux facteurs on trouve : $g_s x = \frac{t}{\tau_p}$

   $\Rightarrow \tau_p = \frac{t}{g_s x} = \frac{t}{g_s v t} = \frac{n}{c g_s}$

   $\tau_p = \frac{n}{c(\alpha_i + \alpha_m)} = \frac{3.5}{3 \times 10^8 \times 2955.3} = 3.947\,7 \times 10^{-12} us = 3.9477 ps$

5. Pour $\phi = \phi_s$, $\frac{d\phi}{dt} = 0 \Rightarrow CN = \frac{1}{\tau_p}$ et $N = N_s = \frac{\tau_e}{ed} j_s$ et avec $j > j_s$

   $\frac{dN}{dt} = 0 = \frac{j}{ed} - \frac{N_s}{\tau_e} - CN\phi_s = \frac{j}{ed} - \frac{j_s}{ed} - \frac{\phi_s}{\tau_p} \Rightarrow \phi_s = \tau_p \frac{j - j_s}{ed} = \tau_p \frac{I - I_s}{edLw}$

   $$\phi_s = \frac{n}{c(\alpha_i + \alpha_m)} \frac{I - I_s}{edLw}$$

   $\phi_s = \frac{\tau_p}{edLw}(I - I_s) = \frac{3.947\,7 \times 10^{-12} (I - I_s)}{1.60217733 \times 10^{-19} \times 500 \times 1 \times 0.2 \times 10^{-18}} = 2.464 \times 10^{23} (I - I_s)$

   Pour $I = 50\ mA$: $\phi_s = 2.464 \times 10^{23} \times (50 - 40.76) \times 10^{-3} = 2.276\,7 \times 10^{21} m^{-3}$

6. La puissance émise à l'extérieure est donnée par :

   $P_e = \frac{P_i}{2} \frac{\alpha_m}{\alpha_i + \alpha_m} = \eta_i \hbar\omega \frac{I - I_s}{2e} \frac{\alpha_m}{\alpha_i + \alpha_m} = \eta_i \frac{hc}{\lambda} \frac{I - I_s}{2e} \frac{\alpha_m}{\alpha_i + \alpha_m}$

   $= 1,24 \frac{\eta_i}{\lambda_{(\mu m)}} \frac{\alpha_m}{2g_s} (I - I_s) = \frac{1.24 \times 0.75 \times 2355.3}{2 \times 2955.3 \times 1.13} (50 - 40.76) = 3.030\,3\ mW$

7. La condition de résonance dans la cavité : $2nL = m\lambda \Rightarrow d\left(2nL\right) = d\left(m\lambda\right)$
   dans milieu non dispersif : $dn = 0 \Rightarrow md\lambda + \lambda dm = 0$ m est l'ordre des modes longitudinaux
   $\Delta m = \frac{m}{\lambda}\Delta\lambda = \frac{2nL}{\lambda^2}\Delta\lambda = \frac{2\times 3.5\times 500}{\left(1.13\right)^2}\times 0.02 = 54.82$
8. $t_d = \tau_e \ln\left(\frac{I}{I-I_s}\right) = 3\times\ln\left(\frac{50}{50-40.76}\right) = 5.0654\ ns$
   Pour réduire t_d d'un facteur $\beta > 1$ il faut appliquer un courant de prépolarisation I_p tel que :
   $t'_d = \tau_e \ln\left(\frac{I-I_p}{I-I_s}\right) = \frac{t_d}{\beta} = \frac{\tau_e}{\beta}\ln\left(\frac{I}{I-I_s}\right)$
   $\Rightarrow \ln\left(\frac{I-I_p}{I-I_s}\right) = \ln\left(\frac{I}{I-I_s}\right)^{\frac{1}{\beta}} \Rightarrow I - I_p = \left(\frac{I}{I-I_s}\right)^{\frac{1}{\beta}}\left(I-I_s\right)$
   ou : $\left(I-I_p\right)^{\beta} = I\left(I-I_s\right)^{\beta-1}$
   On démande de réduire t_d à la moitié c.à.d $\beta = 2$ donc :
   $\left(I-I_p\right)^2 = I\left(I-I_s\right) \Rightarrow I_p = I - \sqrt{I\left(I-I_s\right)} = 50 - \sqrt{50\times\left(50-40.76\right)} = 28.506mA$