

## Télécommunications optiques

**Exercice 1** On considère une photodiode de bande passante  $\Delta f = 5 \text{ MHz}$ . Calculer la puissance optique incidente nécessaire pour telle photodiode, fonctionnant à la longueur d'onde  $\lambda = 1 \mu\text{m}$ , pour avoir un rapport signal-bruit de 50 dB. On suppose que seuls les bruits quantiques sont importants et que la photodiode est idéale  $\eta = 1$

### Solution 1

Les bruits quantiques sont donnés par :  $\langle i_q^2 \rangle = 2eI_p\Delta f$  avec  $e$  est la charge de l'électron  $e = 1.6 \times 10^{-19}$ ,  $\Delta f$  la bande passante effective de photodiode et  $I_p$  l'intensité du photocourant le rapport signal à bruit est donné par

$$\frac{S}{N} = \frac{I_p^2}{\langle i_q^2 \rangle + \langle i_{th}^2 \rangle + \langle i_o^2 \rangle}$$

avec  $\langle i_q^2 \rangle$  est la valeur quadratique moyenne du bruit quantique,  $\langle i_{th}^2 \rangle$  est la valeur quadratique moyenne du bruit thermique, et  $\langle i_o^2 \rangle$  est la valeur quadratique moyenne du bruit d'obscurité.

Puisque seuls les bruits quantiques sont dominants alors le rapport signal à bruit s'écrit :

$$\frac{S}{N} = \frac{I_p^2}{\langle i_q^2 \rangle} = \frac{I_p^2}{2qI_p\Delta f} = \frac{I_p}{2q\Delta f}$$

Calculons l'intensité du photocourant en fonction de la puissance optique incidente :

L'efficacité quantique de photodiode est donnée par :

$$\eta = \frac{I_p hf}{Pq} = \frac{I_p hc}{Pq\lambda} = \frac{I_p \times 1.24}{P\lambda_{(\mu\text{m})}}$$

La photodiode est supposée idéale ( $\eta = 1$ ) donc :  $I_p = \frac{P\lambda}{1.24}$  et par suite

$$\frac{S}{N} = \frac{I_p}{2q\Delta f} = \frac{P\lambda}{2 \times 1.24q\Delta f}$$

et finalement on trouve :

$$P = \frac{2.48 \times q \times \Delta f}{\lambda} \times \left( \frac{S}{N} \right)$$

On a  $\left. \frac{S}{N} \right|_{dB} = 50 \text{ dB} = 10 \log_{10} \frac{S}{N} \Rightarrow \frac{S}{N} = 10^5$

$$\begin{aligned} P &= \frac{2.48 \times q \times \Delta f}{\lambda} \times \left( \frac{S}{N} \right) \\ &= \frac{2.48 \times 1.6 \times 10^{-19} \times 5 \times 10^6}{1} \times (10^5) = 1.984 \times 10^{-7} \text{ W} = 0.198 \mu\text{W} \\ P_{dB} &= 10 \log_{10} (1.984 \times 10^{-7}) = -67.025 \text{ dB} = -37.025 \text{ dBm} \end{aligned}$$

**Exercice 2** Soit une photodiode PIN d'efficacité quantique  $\eta = 60\%$ , sa résistance de charge est  $R_L = 4 \text{ k}\Omega$  et l'intensité du courant d'obscurité vaut  $3 \text{ nA}$ . La photodiode reçoit  $200 \text{ nW}$  de puissance optique de longueur d'onde  $\lambda = 0.9 \mu\text{m}$ .

1. Sachant que la bande passante du récepteur est  $5 \text{ MHz}$ , comparer le bruit quantique total avec le bruit thermique dans la résistance  $R_L$  Pour une température de  $20^\circ\text{C}$ . (La constante de Boltzmann est  $k = 1,3810^{-23}$ )

2. On suppose que l'amplificateur du circuit de réception introduit des bruits équivalents à  $F_n = 3$  dB. Déterminer la valeur du rapport signal/bruit à la sortie du récepteur.

### Solution 2

1. Les bruits quantiques :  $\langle i_q^2 \rangle = 2eI_p \Delta f$
- $$\eta = \frac{I_p \times 1.24}{P \lambda_{(\mu m)}} \implies I_p = \frac{\eta \times \lambda_{(\mu m)} \times P_i}{1.24} = \frac{0.6 \times 0.9 \times 200}{1.24} = 87.097 \simeq 87.1 \text{ nA}$$
- $$\implies \langle i_q^2 \rangle = 2eI_p \Delta f = 2 \times 1.6 \times 10^{-19} \times 87.1 \times 10^{-9} \times 5 \times 10^6 = 1.3936 \times 10^{-19}$$
- $$\langle i_q \rangle = \sqrt{1.3936 \times 10^{-19}} = 3.7331 \times 10^{-10} \text{ A}$$
- bruits thermiques :  $\langle i_{th}^2 \rangle = \frac{4kT}{R_L} \Delta f = \frac{4 \times 1.38 \times 10^{-23} \times 293 \times 5 \times 10^6}{4 \times 10^3} = 2.0217 \times 10^{-17}$
- $$\langle i_{th} \rangle = \sqrt{2.0217 \times 10^{-17}} = 4.4963 \times 10^{-9} \text{ A}$$
- $$\frac{\langle i_{th} \rangle}{\langle i_q \rangle} = \frac{4.4963 \times 10^{-9}}{3.7331 \times 10^{-10}} = 12.044$$
2.  $F_n = 3$  dB ,  $F_n = 10 \log_{10} B_A \implies B_A = 10^{3/10} = 1.9953 \simeq 2$
- $$\implies \langle i_{th}^2 \rangle = \frac{4kT}{R_L} \Delta f F_n = 2 \times 2.0217 \times 10^{-17} = 4.0434 \times 10^{-17}$$
- le bruit total :  $N = \langle i_q^2 \rangle + \langle i_o^2 \rangle + \langle i_{th}^2 \rangle$
- $$\langle i_o^2 \rangle = 2eI_o \Delta f = 2 \times 1.6 \times 10^{-19} \times 3 \times 10^{-9} \times 5 \times 10^6 = 4.8 \times 10^{-21}$$
- $$= 1.3936 \times 10^{-19} + 4.8 \times 10^{-21} + 4.0434 \times 10^{-17} = 4.0578 \times 10^{-17}$$
- $$S = I_p^2 = (87.1 \times 10^{-9})^2 = 7.5864 \times 10^{-15}$$
- $$\frac{S}{N} = \frac{7.5864 \times 10^{-15}}{4.0578 \times 10^{-17}} = 186.96$$
- en dB :  $10 \log_{10} (186.96) = 22.717$  dB

**Exercice 3** Une photodiode de capacité totale  $C_T = 6$  pF . Calculer la valeur maximale de la résistance de charge qui exige une bande passante de 8 MHz . Que devient la bande passante avec la résistance de charge si on suppose de plus que la capacité d'entrée de l'amplificateur est 6pF.

### Solution 3

La bande passante de diode est donnée par :  $B_d = \frac{1}{2\pi R_L C_d}$

$$\implies R_L = \frac{1}{2\pi B_d C_d} = \frac{1}{2\pi \times 8 \times 10^6 \times 6 \times 10^{-12}} = 3315.7 \Omega = 3.32 \text{ k}\Omega$$

$$C_T = C_d + C_A = 6 + 6 = 12 \text{ pF} = 2C_d$$

$$B'_d = \frac{1}{2\pi R_L C_T} = \frac{1}{2\pi \times 3315.7 \times 12 \times 10^{-12}} = 4.0 \times 10^6 = \frac{1}{2} B_d$$

**Exercice 4** Une photodiode à avalanche est brancher dans un système de réception de résistance de charge  $R_L = 10$  k $\Omega$ . La température est 120 K, l'intensité minimale du photocourant qui donne un rapport signal à bruit de 35dB, est 10 fois plus grande que celle du courant d'obscurité. Si le bruit de l'amplificateur est équivalent à 1 dB et la bande passante du récepteur est 10MHz, déterminer la valeur du coefficient de multiplication  $M$ .

### Solution 4

Dans le cas d'une photodiode à avalanche de facteur de multiplication  $M$  et d'excès de bruit  $F_n$  le rapport signal à bruit s'écrit :

$$\frac{S}{N} = \frac{M^2 I_p^2}{2qB (I_p + I_o) \cdot M^{2+x} + \frac{4kTB}{R_L} F_n} = \frac{I_p^2}{2qB (I_p + I_o) \cdot M^x + \frac{4kTB}{R_L} M^{-2} F_n}$$

La valeur optimale qui minimise  $\frac{S}{N}$  est celle qui vérifie la relation :

$$\frac{2qB(I_p + I_o) \cdot M^{x+2}}{\frac{4kTB}{R_L} F_n} = \frac{2}{x} \implies M^{2+x} = \frac{4kTF_n}{xeR_L(I_p + I_o)}$$

dans le cas idéal  $x = 1 \implies M^3 = \frac{4kTF_n}{eR_L(I_p + I_o)}$

on a  $I_p = 10I_o \implies M^3 = \frac{4kTF_n}{11eR_L I_o} \implies I_p + I_o = 11I_o = \frac{4kTF_n}{eR_L M^3}$

$$\implies \frac{S}{N} = \frac{M^2 (10I_o)^2}{2eB \left( \frac{4kTF_n}{eR_L M^3} M^3 \right) + \frac{4kTF_n}{R_L} B} = \frac{25}{3} M^2 \frac{I_o^2 R_L}{BkTF_n}$$

$$\implies M^2 I_o^2 = \frac{3kTF_n B}{25R_L} \left( \frac{S}{N} \right)$$

on a  $\frac{S}{N} \Big|_{dB} = 35 \implies \frac{S}{N} = 10^{3.5} = 3162.3$ ,  $F_n = 1dB = 10^{0.1} = 1.2589$

$$M^3 = \frac{4kTF_n}{11eR_L I_o} \implies M^2 I_o^2 = I_o^2 \left( \frac{4kTF_n}{11eR_L I_o} \right)^{2/3} = \frac{3kTF_n B}{25R_L} \left( \frac{S}{N} \right)$$

$$\implies I_o^{4/3} = \frac{\frac{3kTF_n B}{25R_L} \left( \frac{S}{N} \right)}{\left( \frac{4kTF_n}{11eR_L} \right)^{2/3}} = \frac{3B}{100} \frac{S}{N} \sqrt[3]{\frac{4kTF_n}{R_L}} (\sqrt[3]{11e})^2$$

$$I_o^4 = \left( \frac{3B}{100} \frac{S}{N} \sqrt[3]{\frac{4kTF_n}{R_L}} (\sqrt[3]{11e})^2 \right)^3 = \left( \frac{3B}{100} \frac{S}{N} \right)^3 \frac{4kTF_n}{R_L} (11e)^2$$

$$= \left( \frac{3 \times 10 \times 10^6}{100} \times 3162.3 \right)^3 \times \left( \frac{4 \times 1.381 \times 10^{-23} \times 120 \times 1.26}{10 \times 10^3} \right) (11 \times 1.6 \times 10^{-19})^2 = 2.209 \times 10^{-33}$$

$$I_o = \sqrt[4]{2.209 \times 10^{-33}} = 6.8557 \times 10^{-9} A = 6.85 \text{ nA}$$

$$M^3 = \frac{4kTF_n}{11eR_L I_o} = \frac{4 \times 1.381 \times 10^{-23} \times 120 \times 1.26}{11 \times 1.6 \times 10^{-19} \times 10 \times 10^3 \times 6.85 \times 10^{-9}} = 69.279$$

$$M = \sqrt[3]{69.279} = 4.1071$$

**Exercice 5** On considère un récepteur de résistance de charge  $4M\Omega$  avec un amplificateur à intégration en tête de résistance  $4M\Omega$ . Déterminer :

1. La bande passante maximale obtenue sans égalisation si la capacité totale du système est  $C_T = 6pF$ .
2. La valeur quadratique moyenne du bruit thermique par unité de bande passante à la température 300 K.
3. Refaire les questions 1) et 2) si l'amplificateur est remplacé par un autre amplificateur transimpédance de  $100 \text{ k}\Omega$  de résistance de contre réaction et de facteur de gain égal à 400. La capacité est toujours  $6 \text{ pF}$ .

#### Solution 5

$$1. \frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_L} + \frac{1}{R_a} = \frac{R_L + R_a}{R_a R_L} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2} \implies R_T = 2M\Omega$$

$$B = \frac{1}{2\pi R_T C_T} = \frac{1}{2\pi \times 2 \times 10^6 \times 6 \times 10^{-12}} = 13263 \text{ Hz}$$

$$2. \langle i_{th}^2 \rangle = \frac{4kTB}{R_T} \text{ donc par unité de bande passante :}$$

$$\langle i_{th}^2 \rangle = \frac{4kT}{R_T} = \frac{4 \times 1.381 \times 10^{-23} \times 300}{2 \times 10^6} = 8.286 \times 10^{-27} \text{ A}^2 \text{ Hz}^{-1}$$

$$3. \text{ Dans ce cas la résistance totale est } R_{1T} = \frac{R_L R_a}{R_L + R_a} = \frac{10^5 \times 4 \times 10^6}{10^5 + 4 \times 10^6} = 97561 \Omega$$

Avec un facteur de gain  $G = 400$  la bande passante est

$$B_1 = \frac{G}{2\pi R_{1T} C_T} = \frac{400}{2\pi \times 97561 \times 6 \times 10^{-12}} = 1.0876 \times 10^8$$

$$\langle i_{th}^2 \rangle = \frac{4kT}{R_{1T}} = \frac{4 \times 1.381 \times 10^{-23} \times 300}{97561} = 1.6986 \times 10^{-25} \text{ A}^2 \text{ Hz}^{-1}$$

**Exercice 6** On considère une photodiode de sensibilité spectrale  $S_\lambda = 0.5A/W$  pour la longueur d'onde  $\lambda = 0.85 \mu m$ . Déterminer la puissance optique minimale demandée pour avoir une probabilité d'erreur  $10^{-7}$  avec un débit numérique d'ordre de 35Mbits/s .

### Solution 6

Dans le cas de distribution de Poisson, la probabilité d'erreur s'exprime en fonction du nombre moyen de photons détectés  $\tilde{N}$  par :  $P_e = \exp(-\tilde{N})$ . Si la probabilité demandée est de  $10^{-7}$  alors :  $\exp(-\tilde{N}) = 10^{-7} \Rightarrow \tilde{N} = 7 \times \ln(10) = 16.118$ , c'est le nombre moyenne de photons incidents pendant l'intervalle du temps  $\Delta t$ . Si  $P_0$  est la puissance incidente alors l'énergie optique incidente est  $E = P_0 \Delta t$  tandis que l'énergie détectée est  $\eta E = \eta P_0 \Delta t = \tilde{N} \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow P_0 = \frac{\tilde{N} hc}{\eta \lambda \Delta t}$

La sensibilité spectrale est  $S_\lambda = \frac{I_p}{P_0} = \eta \frac{\lambda(\mu m)}{1.24}$

On peut écrire  $P_0$  sous la forme  $P_0 = \frac{\tilde{N} hc}{\eta \lambda \Delta t} = \frac{\tilde{N} h c e}{\eta \lambda e \Delta t} = \frac{\tilde{N} e 1.24}{\eta \lambda \Delta t} = \frac{\tilde{N} e}{S_\lambda \Delta t}$

Si on suppose que les éléments binaires sont équiprobables :  $P_e(0) = P_e(1) = \frac{1}{2}$

c'est-à-dire on a  $\frac{b}{2}$  bits/s sont les (1), donc :  $\frac{1}{\Delta t} = \frac{b}{2}$

Finalement  $P_0 = \frac{\tilde{N} e b}{2 S_\lambda} = \frac{16.11 \times 1.6 \times 10^{-19} \times 35 \times 10^6}{2 \times 0.5} = 9.0216 \times 10^{-11} W$

en dB :  $P_{0dB} = 10 \log_{10}(9.0216 \times 10^{-11}) = -100.45 \text{ dB} = -70.44 \text{ dBm}$

**Exercice 7** Le taux d'échantillonnage de chaque canal téléphonique, dans un système PCM de 30 canaux, est 8kHz et chaque échantillon est codé en 8 bits. Déterminer :

1. Le taux de transmission (débits) du système.
2. La durée d'une voie
3. La durée de chaque trame .

### Solution 7

1. Le nombre de bits par trame est :  $32 \times 8 = 256$  bits

Chaque trame est transmise à la fréquence 8 kHz c'est-à-dire  $8 \times 10^3$  trames par seconde donc le débit est

$$8 \times 10^3 \times 256 = 2.048 \times 10^6 = 2.048 \text{ Mbits/s}$$

2. La durée de chaque bit est  $\frac{1}{2.048 \times 10^6} = 4.8828 \times 10^{-7} s = 488 \text{ ns}$  donc la durée de chaque voie est  $8 \times 488 = 3904 \text{ ns} = 3.9 \mu s$

3. La durée de chaque trame est :  $32 \times 3904 = 124928 \text{ ns} \simeq 125 \mu s$

**Exercice 8** En utilisant l'approximation de Gauss, déterminer le rapport signal à bruit nécessaire pour avoir une probabilité d'erreur d'ordre  $10^{-9}$  dans un système de communication binaire en bande de base .

On suppose que le niveau de décision est à mi-distance entre les niveaux (0) et (1) et  $\text{erf}(4.24) = 2 \times 10^{-9}$

**Solution 8**

Pour la loi de Gauss la probabilité d'erreur est donnée par :

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{S/N}{2\sqrt{2}}} \right)$$

$$P = 10^{-9} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{\sqrt{S/N}}{2\sqrt{2}} \right)$$

$$\text{On a } \operatorname{erfc}(4.24) = 2 \times 10^{-9} \Rightarrow \frac{\sqrt{S/N}}{2\sqrt{2}} = 4.24 \Rightarrow \sqrt{S/N} = 2\sqrt{2} \times 4.24 = 11.993$$

$$\frac{S}{N} = (11.993)^2 = 143.83$$

$$\text{en dB : } 10 \log_{10}(143.83) = 21.578 \text{ dB}$$

**Exercice 9** Dans un système de réception PCM, dont le niveau de décision est à mi-distance des niveaux (0) et (1), on utilise comme détecteur une photodiode à avalanche d'efficacité quantique  $\eta = 80\%$ , de facteur de multiplication  $M = 100$  et de facteur de bruit  $F(M) = 4$ . Estimer le nombre moyen des photons qui doivent être incidents sur la photodiode pour avoir une probabilité d'erreur d'ordre  $10^{-9}$  pour l'élément binaire (1)

Si la photodiode fonctionne pour la longueur d'onde de  $\lambda = 1 \mu\text{m}$ . Estimer la puissance optique demander au niveau de détecteur pour avoir un élément (1) avec une probabilité d'erreur  $10^{-9}$  pour les débits : 10Mbits/s et 140Mbits/s .

**Solution 9**

Avec la probabilité d'erreur  $10^{-9}$  on a  $S/N \cong 144$

$$1. \text{ Pour une PDA } \frac{S}{N} = \frac{M^2 I_p^2}{2qB(I_p + I_o) \cdot M^{2+x} + \frac{4kTB}{R_L} F_n}$$

$$\text{Si l'amplificateur n'introduit pas de bruit } F_n = 0 \text{ alors } \frac{S}{N} = \frac{M^2 I_p^2}{2qB(I_p + I_o) \cdot M^{2+x}}$$

$$I_o \ll I_p \Rightarrow \frac{S}{N} = \frac{I_p^2}{2qBI_p M^x} = \frac{I_p}{2qBF(M)} \Rightarrow I_p = 2qBF(M) \frac{S}{N}$$

Si  $N$  est le nombre moyenne des photons détectés alors le nombre des photons incidents est  $n$  ;  $N = \eta n$ . donc la puissance incidente est

$$P_0 = \frac{nhf}{\Delta t} \Rightarrow I_p = \eta \frac{qP_0}{hf} = \eta \frac{qn}{\Delta t} \Rightarrow n = \frac{I_p \Delta t}{\eta q}$$

$$\text{D'autre part } I_p = 2qBF(M) \frac{S}{N} \Rightarrow n = \frac{2BF(M) \Delta t S}{\eta N}$$

$$B = \frac{1}{\Delta t} \Rightarrow n = \frac{2F(M) S}{\eta N} = \frac{2 \times 4 \times 144}{0.8} = 1440$$

$$\text{Si } B = \frac{0.6}{\Delta t} \Rightarrow n = 0.6 \frac{2F(M) S}{\eta N} = 1440 \times 0.6 = 864$$

$$2. n \text{ photons incidents } \Rightarrow E = nhf \Rightarrow P_0 = \frac{nhf}{\Delta t} = \frac{nq1.24}{\lambda_{(\mu\text{m})} \Delta t} = \frac{nq1.24}{2\lambda_{(\mu\text{m})}} B$$

Pour  $B = 10^7$  bits/s :

$$P_0 = \frac{864 \times 1.6 \times 10^{-19} \times 1.24 \times 10^7}{2 \times 1} = 8.5709 \times 10^{-10} \text{ W}$$

$$P_{0dB} = 10 \log_{10}(8.5709 \times 10^{-10}) = -90.67 \text{ dB}$$

Pour  $B = 140 \text{ Mbits/s}$  :

$$P_0 = \frac{864 \times 1.6 \times 10^{-19} \times 1.24 \times 14 \times 10^7}{2 \times 1} = 1.1999 \times 10^{-8}$$

$$P_{0dB} = 10 \log_{10}(1.1999 \times 10^{-8}) = -79.209$$

**Exercice 10** Une liaison par fibre optique constituée d'un câble de longueur 4km d'atténuation linéique  $\alpha_f = 5\text{dB/km}$ , la perte de liaison est équivalente à  $2\text{dB/km}$ , et les pertes de connexion avec la source et le détecteur sont respectivement 3.5 et 2.5 dB. En négligeant tout effet de dispersion calculer la perte total dans cette liaison .

#### Solution 10

$$\alpha_t = \alpha_f \times L + N\alpha_\ell + \alpha_s + \alpha_d = 5 \times 4 + 4 \times 2 + 3.5 + 2.5 = 34.0 \text{ dB}$$

**Exercice 11** Le débit numérique maximal dans un système de transmission par fibre optique en utilisant le format NRZ s'exprime en fonction de la dispersion totale du système ( $T_S$ ) par :  $B_T = \frac{0.7}{T_S}$  et dans le format RZ :  $B_T = \frac{0.35}{T_S}$ . On considère un système de liaison optique, de longueur  $L = 10 \text{ km}$  avec les dispersion suivantes : i) LED : 8ns ii) Fibre : intermodale : 5 ns/km ; intramodale 1 ns/km iii) détecteur : 6 ns . Calculer pour les deux formats RZ et NRZ le débits maximal .

#### Solution 11

$$L = 10 \text{ km}, T_n = 5 \text{ ns/km}, T_m = 1 \text{ ns/km}, T_d = 6 \text{ ns}, T_S = 8 \text{ ns}$$

$$T = \sqrt{T_s^2 + T_d^2 + (T_n \times L)^2 + (T_m \times L)^2}$$

$$= \sqrt{8^2 + (5 \times 10)^2 + (1 \times 10)^2 + 6^2} = 51.962 \text{ ns}$$

Pour les codes NRZ :

$$B = \frac{0.7}{T} = \frac{0.7}{51.962 \times 10^{-9}} = 1.3471 \times 10^7 \text{ bits/s} \approx 13.5 \text{ Mbits/s}$$

pour les codes RZ :

$$B = \frac{0.35}{T} = \frac{0.35}{51.962 \times 10^{-9}} = 6.7357 \times 10^6 \text{ bits/s} = 6.735 \text{ Mbits/s}$$

**Exercice 12** Les paramètres d'un système de transmission par fibre optique monomode, fonctionnant à la longueur d'onde  $\lambda = 0.85 \mu\text{m}$ , sont les suivantes :

Puissance moyenne émise par la source laser : 3dBm

Pertes intrinsèques dans la fibre : 1.9dB/km

Pertes de liaison fibre - fibre : 0.3dB/km

Pertes de connexion fibre - source et fibre - détecteur : 1dB sur chacun

Puissance reçue par la photodiode à avalanche :

avec 35 Mbits/s et taux d'erreur  $10^{-7}$  : 55dB

avec 500 Mbits/s et taux d'erreur  $10^{-9}$  : 44dB

Marge de sécurité : 9dB .

1. Estimer la longueur maximale possible du système sans répéteur dans les deux cas 35 Mbits/s et 500 Mbits/s .
2. Estimer la longueur maximale possible si on suppose de plus que le correcteur introduit une perte équivalente à 5dB.

#### Solution 12

$\lambda = 0.85 \mu\text{m}$ ,  $P_i = 3 \text{ dBm}$ ,  $\alpha_f = 1.9 \text{ dB/km}$ ,  $\alpha_{ff} = 0.3 \text{ dB/km}$ ,  $\alpha_{sf} = \alpha_{fr} = 1 \text{ dB}$ ,  $P_r = 55 \text{ dBm}$  pour  $b = 35 \text{ Mbits/s}$  et  $P_e = 10^{-7}$  et  $P_r = 44 \text{ dBm}$  pour  $B = 500 \text{ Mbits/s}$  et  $P_e = 10^{-9}$ ,  $M = 9 \text{ dB}$

1. Soit  $P_i$  la puissance incidente à l'entrée de la fibre et  $P_r$  la puissance reçue au niveau de détecteur : le bilan d'énergie s'écrit :

$$P_i - P_r = (\alpha_f + \alpha_{ff}) \times L + \alpha_{sf} + \alpha_{fr} + M$$

$$P_i = -3 \text{ dBm} = -33 \text{ dB}$$

$$P_r = -55 \text{ dB} \Rightarrow P_r = 10^{-5.5} = 3.1623 \times 10^{-6}$$

Pour le débits de 35 Mbits/s on a alors :

$$\text{l'excès en puissance : } P_i - P_r = -3 - (-55) = 52. \text{ dB}$$

$$\text{Les pertes : } (\alpha_f + \alpha_{ff}) \times L + \alpha_{sf} + \alpha_{fr} + M = (1.9 + 0.3) \times L + 1 + 1 + 9 = 2.2L + 11.0$$

$$52 = 2.2L + 11.0 \Rightarrow 2.2L = 52 - 11 = 41 \Rightarrow L = \frac{41}{2.2} = 18.636 \text{ km}$$

Pour le débits de 500 Mbits/s on a

$$\text{l'excès en puissance : } P_i - P_r = -3 - (-44) = 41$$

$$\Rightarrow 41 = 2.2L + 11.0 \Rightarrow 2.2L = 41 - 11 = 30 \Rightarrow L = \frac{30}{2.2} = 13.636 \text{ km}$$

2. Pour le débits de 35 Mbits/s on a :

$$52 = 2.2L + 11 + 5 = 2.2L + 16 \Rightarrow L = \frac{52 - 16}{2.2} = 16.364 \text{ km}$$

Pour le débits de 500 Mbits/s on a :

$$41 = 2.2L + 11 + 5 \Rightarrow L = \frac{41 - 16}{2.2} = 11.364 \text{ km.}$$

**Exercice 13** Pour la transmission numérique de 20 Mbits/s sur fibres optiques, sur une distance de 7 km, on a la structure suivante : Une LED de longueur d'onde  $0.85 \mu\text{m}$ , émet une puissance optique moyenne  $100 \mu\text{W}$  injectée directement dans une fibre à gradient d'indice de diamètre de coeur  $50 \mu\text{m}$  vers une photodiode PIN convenablement choisie. L'atténuation linéique totale dans la fibre est  $\alpha_f = 2.6 \text{ dB/km}$ , la perte par liaison fibre-fibre est  $\alpha_{ff} = 0.5 \text{ dB}$  sur chaque liaison, où on a 7 fibres chacune de longueur 1 km, la perte due à la connexion fibre-détecteur est  $\alpha_{fd} = 1.5 \text{ dB}$ . La puissance exigente pour la photodiode est 41 dBm pour avoir une probabilité d'erreur d'ordre  $10^{-10}$ . La marge proposée est 6 dB.

Ecrire le budget de puissance optique du système et vérifier la validité de telle liaison de point de vue de puissance.

#### Solution 13

$B = 20 \text{ Mbits/s}$ ,  $L = 7 \text{ km}$ ,  $\lambda = 0.85 \mu\text{m}$ ,  $P_i = 100 \mu\text{W}$ ,  $a = 50 \mu\text{m}$ ,  $\alpha_f = 2.6 \text{ dB/km}$ ,  $\alpha_{ff} = 0.5 \text{ dB}$ , 7 fibres  $L = 1 \times 7 = 7 \text{ km}$ ,  $P_e = 10^{-10}$ ,  $M = 6 \text{ dB}$ ,  $P_r = 41 \text{ dBm}$ .

1. La puissance injectée dans la fibre est :  $P_{i(W)} = 100 \mu\text{W} = 10^{-4} \text{ W}$

$$\Rightarrow P_{i(\text{dB})} = 10 \times \log_{10}(10^{-4}) = -40 \text{ dB}$$

$$\text{La sensibilité de photodiode est : } P_r = -41 \text{ dBm} = -71 \text{ dB}$$

$$\text{L'excès en puissance est : } P_i - P_r = -40 - (-71) = 31 \text{ dB}$$

$$\text{Perte dans la fibre : } \alpha_f \times L = 2.6 \times 7 = 18.2 \text{ dB}$$

$$\text{Perte de connexions fibre-fibre : } \alpha_{ff} \times 6 = 0.5 \times 6 = 3 \text{ dB}$$

$$\text{Perte par connexion fibre photodiode} = 1.5 \text{ dB, Marge : } 6 \text{ dB}$$

$$\text{Perte totales : } \alpha_T = 18.2 + 3 + 1.5 + 6 = 28.7$$

$$(P_i - P_r) - \alpha_T = 31 - 28.7 = 2.3 \text{ dB}$$

ce système est donc valable de point de vue de puissance.

**Exercice 14** Soit à réaliser une liaison par fibre optique d'une source laser avec une photodiode. La diode laser émet de la lumière de longueur d'onde  $\lambda = 1.3 \mu\text{m}$ , de largeur spectrale  $\Delta\lambda = 0.1 \mu\text{m}$  et de puissance optique  $2 \text{ mW}$ , elle munit d'une fibre amorce d'indices 1.48 et 1.46, son rayon de coeur est  $a_1 = 51 \mu\text{m}$ . La photodiode est à avalanche de facteur de multiplication  $M = 50$ , d'efficacité quantique  $\eta = 75\%$  et la bande passante de réception est  $5 \text{ MHz}$ . La liaison entre terminaux est réaliser à l'aide d'une fibre à saut d'indice telle que  $n_1 = 1.48$  et  $n_2 = 1.5$  et de rayon du coeur  $a = 50 \mu\text{m}$ .

1. Sachant que la perte linéique totale dans la fibre est  $3 \text{ dB/km}$ . Déterminer par unité de longueur la valeur totale de perte en considérant que la perte due à la connexion fibre - détecteur est d'ordre 2 dB.

2. Si la longueur de liaison est 5 km, calculer la valeur du photocourant généré par la photodiode .
3. Si le coefficient de dispersion chromatique de la fibre est  $M_d = 60$  ps nm/km. Calculer la valeur de la bande passante optique de la fibre. Comparer cette valeur avec celle du détecteur .
4. Calculer la valeur du rapport signal à bruit au niveau de détecteur si sa résistance de charge est  $5k\Omega$  à la température  $25^\circ C$  et le bruit d'excès de bruit  $F(M) = 10^{-3}$ , en supposant que le courant d'obscurité n'a aucune influence.

### Solution 14

$\lambda = 1.3 \mu m$ ,  $\Delta\lambda = 0.1 \mu m$ ,  $P_i = 2 mW$ ,  $n_{2e} = 1.48$ ,  $n_{1e} = 1.46$ ,  $a_e = 51 \mu m$ ,  $a_f = 50 \mu m$ ,  $\eta = 75\%$ ,  $B = 5$  Mb/s,  $n_{1f} = 1.48$ ,  $n_{2f} = 1.5$ ,

1. Les pertes dans cette liaison sont :

- (a) Pertes intrinsèques dans la fibre :  $\alpha_f = 3$  dB/km
- (b) Perte due à la connexion fibre-détecteur :  $\alpha_{fd} = 2$  dB et elle indépendante de longueur de fibre.
- (c) Perte de connexion source fibre :  $\alpha_{sf} = \alpha_{ON} + \alpha_S + \alpha_F$

$$\alpha_{ON} = 20 \log_{10} \left( \frac{ON_s}{ON_f} \right) = 10 \log_{10} \left( \frac{n_{2e}^2 - n_{1e}^2}{n_{2f}^2 - n_{1f}^2} \right)$$

$$ON_s = \sqrt{n_{2e}^2 - n_{1e}^2} = \sqrt{1.48^2 - 1.46^2} = .24249$$

$$ON_f = \sqrt{n_{2f}^2 - n_{1f}^2} = \sqrt{1.5^2 - 1.48^2} = .24413$$

$$\alpha_{ON} = 20 \times \log_{10} \left( \frac{.24249}{.24413} \right) = -5.8546 \times 10^{-2} \text{ dB}$$

$$\alpha_S = 20 \log_{10} \left( \frac{S_e}{S_f} \right) = 20 \log_{10} \left( \frac{\pi a_e^2}{\pi a_f^2} \right) = 20 \log_{10} \left( \frac{\pi (51)^2}{\pi (50)^2} \right) = 0.34401 \text{ dB}$$

$$\alpha_F = 10 \log_{10} \left( \frac{1 - R_e}{1 - R_f} \right) = 10 \log_{10} \left( \frac{4n_{2f}/(1 + n_{2f})^2}{4n_{2e}/(1 + n_{2e})^2} \right)$$

$$\frac{4n_{2f}}{(1 + n_{2f})^2} = \frac{4 \times 1.5}{(1 + 1.5)^2} = 0.96$$

$$\frac{4n_{2e}}{(1 + n_{2e})^2} = \frac{4 \times 1.48}{(1.48 + 1)^2} = 0.96254$$

$$\alpha_F = 10 \times \log_{10} \left( \frac{0.96}{0.962} \right) = -9.0384 \times 10^{-3}$$

$$\alpha_{sf} = -5.8689 \times 10^{-2} + 0.34401 - 9.0384 \times 10^{-3} = 0.27628$$

$$\alpha_T = 3 + 2 + 0.276 = 5.276 \text{ dB.}$$

2. avec  $L = 5$  km les pertes sont :

$$\alpha_f \times L + \alpha_{fe} + \alpha_{fd} = 3 \times 5 + 2 + 0.276 = 17.276 \text{ dB}$$

La puissance émise par la source est :

$$P_i = 2mW = 2 \times 10^{-3}W = 10 \times \log_{10} (2 \times 10^{-3}) = -26.99 \simeq -27 \text{ dB}$$

La puissance incidente sur le détecteur est  $P_r = -27 - 17.276 = -44.276 \text{ dB}$

$$= 10^{-\frac{44.276}{10}} = 3.7359 \times 10^{-5} \text{ W}$$

$\Rightarrow$  l'intensité du courant généré par la photodiode est

$$I_p = \eta \frac{e\lambda P_r}{hc} = \eta \frac{\lambda(\mu m) P_r}{1.24} = \frac{0.75 \times 1.3 \times 3.7359 \times 10^{-5}}{1.24} = 2.9375 \times 10^{-5} \text{ A}$$

Le courant amplifié est  $I_M = 50 \times 2.9375 \times 10^{-5} = 1.4688 \times 10^{-3} \text{ A}$

3.  $\Delta t = \sqrt{\Delta t_n^2 + \Delta t_m^2}$

$$\Delta t_n = \frac{L(ON)^2}{2cn_1} = \frac{5000 \times (0.244)^2}{2 \times 3 \times 10^8 \times 1.5} = 3.3076 \times 10^{-7} \text{ s}$$

$$\Delta t_m = M_d L \Delta\lambda = 60 \times 5 \times 0.1 \times 10^3 = 30000 \text{ ps} = 30000 \times 10^{-12} = 3 \times 10^{-8} \text{ s}$$

$$\Delta t = \sqrt{(3.3076 \times 10^{-7})^2 + (3 \times 10^{-8})^2} = 3.3212 \times 10^{-7} \text{ s}$$

$$B_f \simeq \frac{1}{\Delta t} = \frac{1}{3.3212 \times 10^{-7}} = 3.011 \times 10^6$$

$$B_{diode} > B_{fibre}.$$



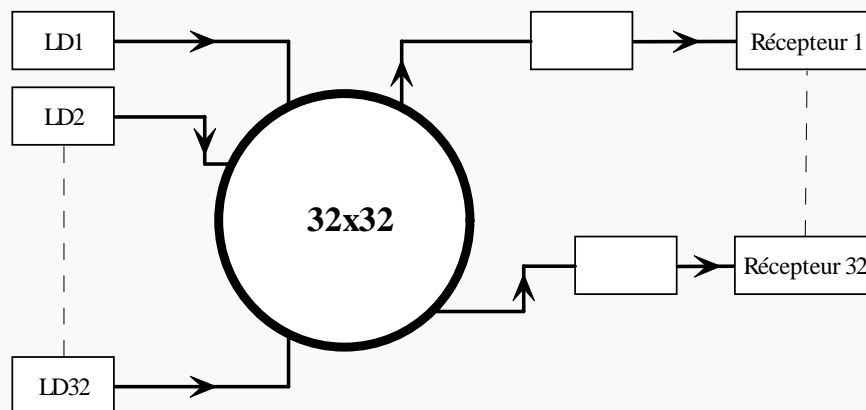
$$\begin{aligned}
 4. \quad \langle i_n^2 \rangle &= \langle i_{th}^2 \rangle + \langle i_q^2 \rangle \\
 \langle i_{th}^2 \rangle &= \frac{4kTB}{R_L} = \frac{4 \times 1.38 \times 10^{-23} \times (25 + 273) \times 5 \times 10^6}{5000} = 1.645 \times 10^{-17} \text{ A}^2 \\
 \langle i_q^2 \rangle &= 2eBI_p M^2 F(M) \\
 &= 2 \times 1.6 \times 10^{-19} \times 5 \times 10^6 \times 2.9375 \times 10^{-5} \times (50)^2 \times 10^{-3} = 1.175 \times 10^{-16} \text{ A}^2 \\
 \frac{S}{N} &= \frac{1/2 (MI_p)^2}{\langle i_{th}^2 \rangle + \langle i_q^2 \rangle} = \frac{(50 \times 2.9375 \times 10^{-5})^2}{2(1.645 \times 10^{-17} + 1.175 \times 10^{-16})} = 8.0524 \times 10^9
 \end{aligned}$$

**Exercice 15** Un concepteur doit réaliser un système de distribution de 32 canaux de signaux numériques. Pour ce faire, il utilise 32 lasers à des fréquences différentes qu'il relie à 32 fibres optiques distinctes par l'intermédiaire d'un coupleur en étoile  $32 \times 32$ . A la réception, à l'extrémité des fibres, la sélection de canal est effectuée à l'aide d'un filtre optique à band passante suffisamment étroite pour éviter la diaphonie entre canaux. Chaque laser est modulé en amplitude à un taux de 1.2 Gbits/s et fournit une puissance de 2 mW dans le coeur de la fibre durant "1" logique. Considérant que

- Le coupleur sépare uniformément la puissance optique de chaque laser en 32 voies et qu'il introduit pour chaque voie une perte supplémentaire de 1 dB.
- La plus grande distance à parcourir est 30 km et l'atténuation dans la fibre utilisée est 0.25dB/km.
- Les pertes des raccords dans chaque lien optique sont équivalentes à 2 dB.
- Les pertes d'insertion de chaque filtre optique sont équivalentes à 2 dB.
- La puissance minimale, requise par chaque récepteur pour produire le taux d'erreur désiré, est -30 dBm.

1. Calculer la marge en puissance disponible, c'est-à-dire l'écart, donné en dB, entre la puissance optique reçue au détecteur et la puissance minimale requise.
2. Chaque photodiode est assimilée à une jonction PIN; Si la puissance incidente est  $P_0$  et les largeurs de zones sont respectivement  $x_p, x_i,$  et  $x_n$  et les coefficients d'absorption sont  $\alpha_p, \alpha_i,$  et  $\alpha_n$ . Etablir l'expression de l'efficacité quantique si la photodiode reçoit la lumière du côté de la zone P d'indice de réfraction  $n = 3.2$ . Calculer sa valeur numérique si  $\alpha_p = 10^4 \text{ m}^{-1}$ ,  $x_p = 5 \mu\text{m}$ ,  $x_i = 40 \mu\text{m}$  et  $\alpha_i = 10^5 \text{ m}^{-1}$ .
3. Les photodiodes de réception sont de type APD. L'efficacité quantique est  $\eta = 0.7$ , l'intensité du courant d'obscurité est  $I_o = 120 \text{ nA}$ , son gain intrinsèque est  $M = 20$ . On suppose que le courant de surface est nul. La puissance optique incidente est  $3.5 \mu\text{W}$  pour  $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$ . Calculer la sensibilité de la photodiode et l'intensité du photocourant signal.

### Solution 15



1. (a) Bilan de la puissance  
 Puissance de la source :  $2 \text{ mW} = +3 \text{ dBm}$   
 Atténuation du coupleur :  $\frac{1}{32} = 0.003 = -15 \text{ dB}$

perte d'insertion :  $-1dB$

**Perte totale par voie** :  $-15dB - 1dB = -16dB$

(b) Atténuation due à la fibre :

Atténuation due à longueur :  $-0.25dB/km \times 30km = -7.5$

Atténuation due aux raccords :  $-2dB$

**Totale par voie de 30 km** :  $-9.5 dB$

(c) Atténuation dans le filtre optique :  $-2dB$

Atténuation totale dans chaque voie de 30 km :  $-16dB - 9.5dB - 2dB = -27.5dB$

Puissance au récepteur :  $+3dBm - 27.5dB = -24.5 dBm$

Marge de la puissance :  $-24.5dBm - (-30dBm) = 5.5 dB$

2. La puissance émergente dans la région  $P$  est  $(1 - R) P_0$ , en traversant la distance  $x_p$  dans la zone  $P$ , la puissance devient  $(1 - R) P_0 \exp(-\alpha_p x_p)$ , et en traversant la zone désertée la puissance devient :  $(1 - R) P_0 \exp(-\alpha_p x_p) \exp(-\alpha_i x_i)$  donc la puissance absorbée dans la zone désertée et qui se transforme en courant est donc :  $P_u = (1 - R) P_0 \exp(-\alpha_p x_p) [1 - \exp(-\alpha_i x_i)]$

$$R = \left( \frac{n-1}{n+1} \right)^2 = \left( \frac{3.2-1}{3.2+1} \right)^2 = 0.27438$$

d'où l'efficacité quantique

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{P_u}{P_0} = (1 - R) \exp(-\alpha_p x_p) [1 - \exp(-\alpha_i x_i)] \\ &= (1 - 0.27438) \times \exp(-10^4 \times 5 \times 10^{-6}) \times [1 - \exp(-10^5 \times 40 \times 10^{-6})] \\ &= 0.72562e^{-\frac{1}{20}} [1 - e^{-4}] = 0.67759 \end{aligned}$$

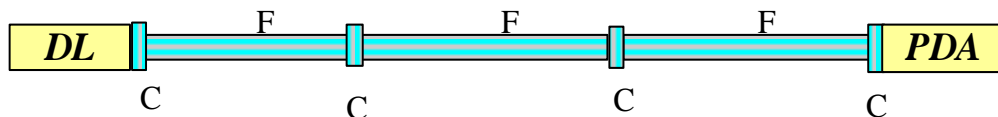
3. Sensibilité :  $S_\lambda = \frac{\eta e \lambda}{hc} = \frac{0.7 \times 1.602 \times 10^{-19} \times 1.55 \times 10^{-6}}{6.62 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8} = 0.875 \text{ A/W}$

$$S_\lambda = \frac{I}{P_0} = \frac{I}{3.5} \Rightarrow I = 3.5 \times 0.875 = 3.0625 \mu A$$

$$M = \frac{I}{I_1} \Rightarrow I_1 = \frac{I}{M} = \frac{3.0625}{20} = 0.15313 \mu A = 153.13 \text{ nA}$$

$$\Rightarrow I_s = I_1 - I_0 = 153.13 - 120 = 33.13 \text{ nA}$$

**Exercice 16 (1ère session 2004)** On a le système de transmission par fibres optiques monomodes suivant :



Les paramètres sont :

- \* Puissance moyenne émise par la source laser :  $P_i = -3 \text{ dBm}$  à la longueur d'onde  $\lambda = 0.85 \mu m$
- \* Pertes intrinsèques dans chaque fibre :  $\alpha_f = 0.9 \text{ dB/km}$
- \* Pertes de liaison fibre - fibre :  $\alpha_{ff} = 0.3 \text{ dB/km}$
- \* Pertes de connexion fibre - source et fibre - détecteur :  $\alpha_{sf} = \alpha_{fr} = 1 \text{ dB}$  sur chacun
- \* Puissance reçue par la photodiode à avalanche :
  - avec  $35 \text{ Mbits/s}$  et taux d'erreur  $10^{-9}$  :  $P_r = -55 \text{ dBm}$
  - avec  $500 \text{ Mbits/s}$  et taux d'erreur  $10^{-9}$  :  $P_r = -44 \text{ dBm}$
- \* Marge de sécurité :  $M_s = 9 \text{ dB}$ .

1. Estimer la longueur maximale possible du système sans répéteur dans les deux cas  $35 \text{ Mbits/s}$  et  $500 \text{ Mbits/s}$ .

2. Estimer la longueur maximale possible si on suppose de plus que le correcteur introduit une perte équivalente à  $5 \text{ dB}$ .

3. Le facteur de multiplication de PDA est  $M = 50$  le facteur d'excès de bruit  $F(M) = 4$  et le facteur de bruit d'amplificateur est  $F_n = 1$ . Estimer la valeur du rapport signal à bruit au niveau de détecteur, avec  $500 \text{ Mbits/s}$ ; sachant que le courant d'obscurité a une intensité  $I_0 = 2 \text{ nA}$  à la température  $23^\circ \text{C}$ , l'efficacité quantique est de  $75\%$ , la résistance de charge est  $R_L = 10 \text{ k}\Omega$ , la capacité est  $C = 6 \text{ pF}$

4. On remplace la photodiode à avalanche par une autre photodiode PIN de sensibilité spectrale  $0.5A/W$ . Déterminer la puissance optique demandée pour avoir la même probabilité d'erreur  $10^{-9}$

### Solution 16

1. faisons le bilan d'énergie du système :

Puissance injectée dans la fibre :  $P_i = -3dBm = -33dB$

Puissance reçue par la photodiode :  $\begin{cases} 35Mbits/s \rightarrow -55dBm = -85dB \\ 500Mbits/s \rightarrow -44dBm = -74dB \end{cases}$

$$P_i - P_r = \begin{cases} 35Mbits/s \rightarrow -33 + 85 = 52dB \\ 500Mbits/s \rightarrow -33 + 74 = 41dB \end{cases}$$

Les pertes sont :

$$\alpha_T = \alpha_{fs} + (3\alpha_f + 2\alpha_{ff})L + \alpha_{fr} \\ = 1 + (3 \times 0.9 + 2 \times 0.3)L + 1 = 2 + 3.3L$$

Le bilan  $P_i - P_r = \alpha_T + M_s \iff P_i - P_r = 2 + 3.3L + 9 = 11 + 3.3L$

$$L = \frac{(P_i - P_r) - 11}{3.3}$$

$$\text{Avec } 35 \text{ Mbits/s : } L = \frac{52 - 11}{3.3} = 12.424 \text{ km}$$

$$\text{Avec } 500 \text{ Mbits/s : } L = \frac{41 - 11}{3.3} = 9.0909 \text{ km}$$

2. La perte additionnelle du correcteur est  $5dB \implies$

$$\alpha_T = 11 + 3.3L + 5 = 16 + 3.3L$$

$$\text{Avec } 35 \text{ Mbits/s : } L' = \frac{52 - 16}{3.3} = 10.909 \text{ km}$$

$$\text{Avec } 500 \text{ Mbits/s : } L = \frac{41 - 16}{3.3} = 7.5758 \text{ km}$$

3. L'intensité du photocourant est

$$I_p = \eta P_r \frac{\lambda}{1.24}$$

$$P_r = -74dB = 10^{-4.4} = 3.9811 \times 10^{-5} mW$$

$$P_r = 39.811 nW$$

$$I_p = 0.75 \times \frac{39.811 \times 0.85}{1.24} = 20.467 nA$$

La valeur quadratique moyenne du courant signal est :

$$\langle i_p^2 \rangle = (MI_p)^2 = (50 \times 20.467 \times 10^{-9})^2 = 1.0472 \times 10^{-12} A^2$$

Bruit quantique :  $\langle i_q \rangle^2 = 2eB \langle I_p + I_0 \rangle M^2 F(M)$

$B$  est la bande passante de photodiode

$$B = \frac{1}{2\pi R_L C} = \frac{1}{2\pi \times 10^4 \times 6 \times 10^{-12}} = 2.6526 \times 10^6$$

$$\langle i_q \rangle^2 = 2 \times 1.6 \times 10^{-19} \times 2.65 \times 10^6 \times (20.467 + 2) \times 10^{-9} \times (50)^2 \times 4 = 1.9052 \times 10^{-16}$$

$$\langle i_q \rangle^2 = 1.9052 \times 10^{-16} A^2$$

$$\text{Bruit thermique : } \langle i_t \rangle^2 = \frac{4kT}{R_L} B F_n = \frac{4 \times 1.3 \times 10^{-23} \times (23 + 273) \times 2.65 \times 10^6 \times 1}{10^4}$$

$$\langle i_t \rangle^2 = 4.0789 \times 10^{-18} A^2$$

$$N = \langle i_q \rangle^2 + \langle i_t \rangle^2 = 1.9052 \times 10^{-16} + 4.0789 \times 10^{-18} = 1.946 \times 10^{-16}$$

$$\frac{S}{N} = \frac{\langle i_p^2 \rangle}{\langle i_q \rangle^2 + \langle i_t \rangle^2} = \frac{1.0472 \times 10^{-12}}{1.946 \times 10^{-16}} = 5381.3$$

$$\left( \frac{S}{N} \right)_{dB} = 10 \log_{10} (5381.3) = 37.309 \text{ dB}$$

4. Selon la statistique de Poisson la probabilité de détecter  $N$  photons au voisinage d'une valeur moyenne

$N_m$  est  $P(N, N_m) = \left( \frac{N_m}{N!} \right)^N \exp(-N_m)$  alors la probabilité de détecter 0 photons parmi  $N_m$  photons

par impulsion est  $P(0, N_m) = \exp(-N_m)$  donc le taux d'erreur pour les éléments binaires (0) et (1) est  $P_e = \frac{1}{2} \exp(-N_m)$

Pour  $P_e = 10^{-9}$  on a  $\exp(-N_m) = 2 \times 10^{-9} \implies N_m = -\ln(2 \times 10^{-9}) \simeq 20$  photons par impulsion

La puissance moyenne d'une impulsion est donc :  $P_M = \frac{E}{\Delta t}$  pour un débit de 500Mbits/s . si les éléments (0) et (1) sont équiprobale alors la puissance est associée à  $\frac{b}{2} \implies \Delta t = \frac{2}{b}$

$$P_M = \frac{N_m b h c}{2 \lambda} = \frac{20 \times 5 \times 10^7 \times 6.6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{0.85 \times 10^{-6} \times 2}$$

$$= 1.1647 \times 10^{-10} W = 11.64 \text{ nW}$$

La puissance minimale demandée est  $P_m = \frac{P_M}{\eta}$

$$S_\lambda = \eta \frac{\lambda}{1.24} \implies \eta = \frac{S_\lambda \times 1.24}{\lambda}$$

$$P_m = \frac{P_M \times \lambda_{\mu m}}{1.25 \times S_\lambda} = \frac{11.64 \times 0.85}{1.24 \times 0.5} = 15.958 \text{ nW}$$

**Exercice 17 (1ère session 2004)** On réaliser une liaison par fibre optique, de longueur 5km , en utilisant une diode laser avec une photodiode.

La diode laser émet de la lumière de longueur d'onde  $\lambda = 1.3 \mu m$ , de largeur spectrale  $\Delta\lambda = 0.1 \mu m$  et de puissance optique 2mW, elle est munit d'une fibre amorce d'indices 1.48 et 1.46, son rayon de coeur est  $a_1 = 51 \mu m$ .

La photodiode est à avalanche de facteur de multiplication  $M = 50$ , d'efficacité quantique  $\eta = 75\%$  et la bande passante de réception est 5MHz . La liaison entre terminaux est réaliser à l'aide d'une fibre à saut d'indice telle que  $n_1 = 1.48$  et  $n_2 = 1.5$  et de rayon du coeur  $a = 50 \mu m$  .

1. Sachant que la perte linéique totale dans la fibre est 3 dB/km. Déterminer la valeur totale de perte en considérant que la perte due à la connexion fibre - détecteur est d'ordre 2dB
2. Calculer la valeur du photocourant généré par la photodiode .
3. Si le coefficient de dispersion chromatique de la fibre est  $M_d = 60 \text{ ps} \cdot \text{nm}/\text{km}$  . Calculer la valeur de la bande passante optique de fibre . Comparer cette valeur avec celle du détecteur.

### Solution 17

1. Perte totale :  $\alpha_T = \alpha_f + \alpha_{sf} + \alpha_{fc}$

$$\alpha_f = 3 \times 5 = 15 \text{ dB}, \quad \alpha_{fc} = 2 \text{ dB}$$

$\alpha_{sf}$  est la perte totale due à la connexion source-fibre :

- (a) perte due à la différence des ON :

$$\alpha_{ON} = 20 \log_{10} \left( \frac{ON_s}{ON_f} \right)$$

$$= 20 \times \log_{10} \left( \sqrt{\frac{(1.48)^2 - (1.46)^2}{(1.5)^2 - (1.48)^2}} \right) = -5.8689 \times 10^{-2}$$

- (b) Perte due à la différence de surface :

$$\alpha_a = 20 \log_{10} \left( \frac{a_e}{a_f} \right) = 20 \log_{10} \left( \frac{51}{50} \right) = 0.172$$

- (c) Perte de Fresnel :  $\alpha_F = 10 \log_{10} \left( \frac{4n_{2f}}{(n_{2f} + 1)^2} \right)$

$$= 10 \log_{10} \left( \frac{4 \times 1.5}{(1.5 + 1)^2} \right) = -1.1471 \times 10^{-2}$$

$$\alpha_{sf} = -5.8689 \times 10^{-2} + 0.172 - 1.1471 \times 10^{-2} = 0.10184$$

$$\alpha_T = 15 + 0.10184 + 2 = 17.102$$

2. La puissance optique de la source est :  $2mW = 3dB_m = -27dB$

La puissance incidente sur la photodiode est

$$P_r = -27 - 17.102 = -44.102 = 10^{-4.4102} = 3.8887 \times 10^{-5}W = 38.9\mu W$$

L'intensité du photocourant est :

$$I_p = \eta \frac{e\lambda P_r}{hc} = \eta P_r \frac{\lambda}{1.24} = \frac{0.75 \times 1.3 \times 38.9}{1.24} = 30.587 \mu A$$

Le courant multiplié est  $I_M = MI_p = 50 \times 30.587 = 1529.4\mu A = 1.529 \text{ mA}$

3. La dispersion totale est  $\Delta t = \sqrt{(\Delta t_n)^2 + (\Delta t_m)^2}$

$$\Delta t_n = \frac{L(ON)^2}{2cn_{2f}} = \frac{5 \times 10^3 \times ((1.5)^2 - (1.48)^2)}{2 \times 3 \times 10^8 \times 1.5} = 3.3111 \times 10^{-7} \text{ sec} = 33.1\mu s$$

$$\Delta t_m = M_d L \Delta \lambda = 60 \times 5 \times 0.1 \times 10^3 = 30000 \text{ ps} = 0.03\mu s$$

$$\Delta t = \sqrt{(33.1)^2 + (0.03)^2} = 33.1$$

$$B_f = \frac{1}{\Delta t} = \frac{1}{33.1 \times 10^{-6}} = 3.0211 \times 10^{-2} \text{ MHz} = 30211. \text{ Hz} < B_r$$