Institut des Sciences Appliquées et Economiques
Cnam Liban

le cnam

Calcul différentiel et intégral - MVA005

Examen Final 2014-2015-Semestre I **Durée : 2h :00**

centres de : Beyrouth, Baakline, Baalbek, Ghazza,Tripoli, Bickfaya, Nahr Ibrahim

Documents et Téléphones : STRICTEMENT INTERDITS

Exercice 1 (25 points) : On considère l'équation différentielle :

$$y'' + 2y' + 2y = 8e^x \sin x \qquad (E)$$

1. Déterminer $y_g(x)$ la solution générale de l'équation sans second membre associée à (E).
2. Déterminer $y_p(x)$ une solution particulière de (E).
3. Déduire $y(x)$ la solution générale de (E).
4. Déterminer $y_1(x)$ la solution de (E) telle que $y_1(0) = 0$ et $y_1'(0) = 0$.

Exercice 2 (20 points) On considère l'équation différentielle suivante :

$$xy' - 2y = 4x^3\sqrt{y}$$

dont $y = y(x)$ est la solution générale.

1. En introduisant la fonction $z(x) = \sqrt{y}$, montrer que z vérifie :

$$xz' - z = 2x^3 \qquad (E_1)$$

2. Déterminer la solution générale de (E_1). Puis déduire $y(x)$.

Exercice 3 (15 points) En faisant des changements de variable calculer les intégrales :

1. $I_1 = \int x^2 \left(x^3+6\right)^9 dx$
2. $I_2 = \int_0^1 \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} dx$
3. $I_3 = \int x^{-2x} (\ln x + 1)\, dx$

Exercice 4 (20 points) Une tige (T), homogène de densité de masse linéaire λ, placée dans le plan (xOy) et est assimilée au segment de droite $y = x+1$ dans l'intervalle $[0,2]$. On désigne par (D) la région du plan (xOy) limité par (T), l'axe (Ox) et les droites $x = 0$ et $x = 2$

1. Calculer la masse m de tige en fonction de λ.
2. Calculer l'aire de la zone (D).
3. Calculer le volume du solide de révolution obtenu par rotation de D :
   (a) autour de l'axe Ox
   (b) autour de l'axe Oy

Exercice 5 (20 points) Calculer

$$I(x) = \int \frac{x^2}{x^2-1} dx\ ; \quad x > 1$$

et déduire : $J(x) = \int \sqrt{1+e^{2x}}dx$ et $K(x) = \int \sin x \tan x dx$