



## Calcul différentiel et intégral - MVA005 -

Examen Partiel 2013-2014-Semestre I      Durée : 1h :30

Sujet coordonné par : Dr. Noureddine ASSAAD

centres de : Beyrouth, Baakline, Baalbek, Ghazza, Tripoli, Bickfaya, Nahr Ibrahim

Documents, téléphones, ordinateurs : strictement interdits

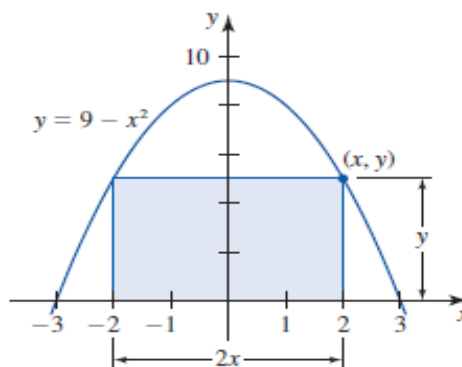
**Exercice 1 (20 points)** On considère la fonction

$$f(x) = \ln \frac{1+x}{1-x}$$

1. Déterminer le domaine de définition de  $f(x)$ .
2. Dite si  $f(x)$  est paire, impaire ou non.
3. Montrer que  $f(x) + f(y) = f\left(\frac{x+y}{1+xy}\right)$ .
4. Calculer les dérivées  $f'(x)$  et  $f''(x)$ .
5. Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln \left| \frac{1+x}{1-x} \right|$ .

**Exercice 2 (10 points)** Trouver les dimensions du rectangle de plus grande surface dont la base est sur l'axe  $x$  et est inscrit dans la parabole  $y = 9 - x^2$ .

Quelle est l'aire maximale du rectangle.



**Exercice 3 (20 points)** Soit :

$$f(x) = \left(\frac{x-5}{x+4}\right)^x$$

1. Montrer que  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{k}{x}\right)^x = e^k$ .
2. Dédurre  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ .

**Exercice 4 (20 points)** Soit  $f$  la fonction définie par :

$$f(x) = \frac{\sqrt{|x+1|} - 1}{x}$$

1. Montrer que  $f$  est prolongeable par continuité en 0.
2. Soit  $g$  son prolongement en 0. Montrer que  $g$  est dérivable en 0.

**Exercice 5 (30 points)** Soit  $a$  un réel positif, donné, Calculer les intégrales :

$$I_a(x) = \int \frac{dx}{x^2 + ax} \quad \text{et} \quad J(x) = \int \frac{x+1}{x^2+1} dx$$

et déduire :

$$I_1 = \int \frac{dx}{(\sin x + 3) \tan x} \quad \text{et} \quad J_2 = \int \frac{e^{x/2} \cosh(x/2)}{\cosh x} dx$$