



Institut des Sciences Appliquées et Economiques
Cnam Liban

le cnam

Calcul différentiel et intégral- MVA005

Bases Scientifiques Mathématiques MVA013

Examen de rattrapage 2010-2011 **Durée : 3h: 00**

Documents, téléphones, ordinateurs interdits

Sujet coordonné par : Dr. Nouredine ASSAAD

Proposé pour les centres de: Beyrouth, Baakline, Baalbek, Ghazza, Tripoli, Bickfaya

Exercice 1 Soit la fonction

$$f(x) = \frac{e^x \sin x - \ln(1+x)}{x^2}.$$

1. Déterminer son développement limité à l'ordre 4 au voisinage de 0.
2. Montrer que f est prolongeable par continuité en 0.
3. Montrer que le prolongement de f est dérivable en 0.

Exercice 2 On définit la suite récurrente (u_n) par

$$u_{n+1} = \sqrt{2u_n + 3} \text{ avec } u_0 = 1.$$

1. Montrer par récurrence que cette suite est positive, croissante et majorée par 3.
2. En déduire qu'elle est convergente et trouver sa limite.

Exercice 3 On considère l'intégrale

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^3 x}{\sin^3 x + \cos^3 x} dx$$

1. Montrer, en faisant un changement convenable de variable, que

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^3 x}{\sin^3 x + \cos^3 x} dx$$

2. Déduire, par calcul simple, la valeur de l'intégrale I .

Exercice 4 Soit $f(x)$ une fonction dérivable au point $x = a$. Calculer

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h^2) - f(a+h)}{h}$$

Exercice 5 On donne l'équation différentielle

$$xy' + y = (xy)^{3/2} \quad (\text{E})$$

1. En utilisant un changement de variable convenable, transformer cette équation en une équation différentielle linéaire que l'on va noter (F)
2. Résoudre l'équation (F) et déduire la solution générale de (E)

Exercice 6 Résoudre l'équation différentielle:

$$y'' + 3y' + 2y = xe^{-x}$$

en $y(x)$ et donner la solution qui vérifie les conditions initiales $y(0) = 0$ et $y'(0) = 3$

Exercice 7 Calculer les intégrales suivantes :

1. $I = \int_{1/2}^{3/4} \frac{dx}{\sqrt{x-x^2}}$ (en posant $x = \sin^2 t$)

2. $J = \int \frac{dx}{x^2 + 2x + 5}$

3. $K = \int \sin^4 x \cos^3 x dx$