Institut des Sciences Appliquées et Economiques
Cnam Liban

le cnam

Calcul différentiel et intégral - MVA005 -

Examen de rattrapage 2012-2013

Jeudi 12/09/2013 **12h00—15h00**

Documents, téléphones, ordinateurs : strictement interdits

Sujet coordonné par : Dr. Noureddine ASSAAD

Proposé pour les centres de : Beyrouth, Baakline, Baalbek, Ghazza,Tripoli, Bickfaya, Nahr Ibrahim

---

Toute réponse non justifiée ne sera pas prise en considération

---

Exercice 1 (20 points) On considère l'équation différentielle :

$$\frac{dy}{dx} = y^3 - y \qquad (F)$$

1. En effectuant un changement de variable, transformer (F) en une équation linéaire.
2. Résoudre l'équation linéaire ainsi obtenue.
3. Déduire la solution générale de (F) .

Exercice 2 (15 points) Soit $I = \int_0^{\pi/2} \sin^2 x dx$

1. Montrer, en utilisant un changement convenable de variables, que

$$I = \int_0^{\pi/2} \cos^2 x dx.$$

2. Déduire la valeur de I.
3. Déduire les valeurs de :

$$J = \int_0^{\pi/2} \frac{dx}{1+\tan^2 x} \quad \text{et} \quad K = \int_0^{\pi/2} \frac{dx}{1+\cot^2 x}.$$

Exercice 3 (20 points) Calculer les intégrales suivantes :

1. $I = \int_{1/2}^{3/4} \frac{dx}{\sqrt{x-x^2}}$, on pose $x = \sin^2 t$
2. $J = \int \frac{dx}{x^2+2x+5}$
3. $K = \int \sin^4 x \cos^3 x dx$

Exercice 4 (20 points) On considère l'équation différentielle :

$$y'' - y' - 6y = xe^{2x} \qquad \text{(D)}$$

1. Déterminer la solution générale de l'équation sans second membre associée à (D).
2. Trouver une solution particulière de (D).
3. Déterminer la solution générale de l'équation complète (D).
4. Trouver la solution particulière de (D) vérifiant les conditions : $y(0) = \dfrac{3}{16}$ et $y'(0) = 0$.

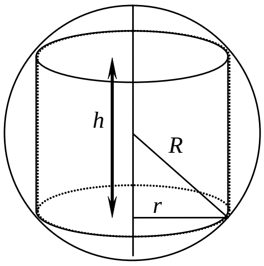
Exercice 5 (10 points) Soit

$$g(x) = \sqrt{x^2 + 3x - 7} - x$$

Déterminez les limites suivantes (si elles existent) :

1. $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x)$
2. $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$

Exercice 6 (15 points) Un cylindre de rayon r et de hauteur h, est inscrit dans une sphère de rayon R. Le milieu de l'axe du cylindre se trouve au centre de la sphère.



Trouver, en fonction de R, le rayon r et la hauteur h du cylindre de plus grand volume possible. Calculer r et h pour $R = \sqrt{3}$.