



Calcul différentiel et intégral - MVA005

Examen de Rattrapage 2014-2015 Durée : 2h :00

centres de : Beyrouth, Baakline, Baalbek, Ghazza, Tripoli, Bickfaya, Nahr Ibrahim



Documents et Téléphones : STRICTEMENT INTERDITS

Exercice 1 (25 points) Résoudre l'équation différentielle

$$y'' + 5y' + 6y = e^x$$

Et donner une solution qui vérifie les conditions $y(0) = 1$ et $y'(0) = -2$

Exercice 2 (20 points) On considère la fonction $g(x)$ définie par :

$$g(x) = \sqrt{|1+x|} - \sqrt{|1-x|}$$

1. Quel est le domaine de définition de $g(x)$? Est-elle paire ? impaire ? Expliquer pourquoi elle est continue sur \mathbb{R} .
2. Donner, pour chacun des intervalles ouverts $]-\infty, -1[$, $]-1, 1[$, $]1, +\infty[$ une expression de $g(x)$ sans valeur absolue. et calculer $g'(x)$, la dérivée de $g(x)$ sur chacun des trois intervalles.
3. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$. En déduire $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$.

Exercice 3 (15 points) Donner le développement limité à l'ordre 1 en 0, de $f(t) = \sqrt{1+3t+2t^2} - 1$

Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+3x+2} - x)$

Exercice 4 (15 points) On définit la suite récurrente (u_n) par $u_{n+1} = \sqrt{2u_n + 3}$ avec $u_0 = 1$

1. Montrer par récurrence que cette suite est positive, croissante et majorée par 3.
2. En déduire qu'elle est convergente et trouver sa limite.

Exercice 5 (10 points) On considère la fonction $f(x) = x(x-1)^2$

1. Tracer (C_f) la courbe de f sur $[0, 1]$.
2. Calculer l'aire de la zone (A) limitée par (C_f) et l'axe Ox
3. Soit (S) le solide obtenu par rotation de la zone (A) autour de l'axe Oy . Calculer le volume (V) de (S)

Exercice 6 (15 points) Calculer $I = \int \frac{x-1}{x^4+x^2} dx$