Université Libanaise **ISAE - Cnam Liban** **Centre du Liban associé au Cnam Paris**	**Date :** ***Vendredi 19 Sept 2014*** **Durée :** ***2H00*** **De** ***13H30*** **à** ***15H30***	**Semestre :** ***2ième*** **Année :** ***2013-2014***
Code UE : ***MVA 006*** **Intitule de l'UE :** ***Applications de l'analyse à la géométrie, initiation à l'algèbre linéaire.***		**Ce sujet comporte :** ***2 pages***

Type d'examen :	**Semestriel**	☐ Partiel	☐ Final	☒ Rattrapage	
	Annuel	☐ E1	☐ E'1	☐ E2	☐ E'2

Documents autorisés : ☐ Tous ☒ Aucun ☐ Autre (A préciser : ……………………………………….)

Consignes particulières : *Toute réponse non justifiée ne sera pas prise en considération. La rigueur et la clarté de votre rédaction entreront pour une part importante dans l'évaluation de la copie. Les exercices pourront être traités dans l'ordre de votre choix.*

Calculatrice: ☐ Aucune ☐ Programmable ☒ Non programmable

Centres concernés	☒ **Beyrouth**	☒ **Baakline**	☒ **Baalbeck**	☒ **Nahr Ibrahim**
	☒ **Bickfaya**	☒ **Ghazza**	☒ **Tripoli**	

<u>Exercice 1:</u> (4 points)

Etudier les extrémums locaux de la fonction de deux variables réelles définie par:

$f(x, y) = \sin(x) + y^2 - 2y + 1$ sur le domaine $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 :\ -2 < x < 2, -2 < y < 2\}$

<u>Exercice 2:</u> (4 pts)

Soit (Γ) la courbe dont l'équation en coordonnées polaires est donnée par: $r = 1 + \sin\theta$ où le paramètre θ varie dans $\mathbb{R}$

1-Montrer que pour obtenir entièrement (Γ), il suffit de l'étudier sur l'intervalle $[-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$.

2-En calculant $r(\pi - \theta)$, montrer que (Γ) admet un axe de symétrie.

3-Etudier et tracer (Γ) sur $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$. Complétez la courbe en utilisant la symétrie trouvée en 2).

Préciser les tangentes à (Γ) aux points : $O(\theta = -\frac{\pi}{2})$, $A(\theta = 0)$ et $B(\theta = \frac{\pi}{2})$

<u>Exercice 3:</u> (4 pts)

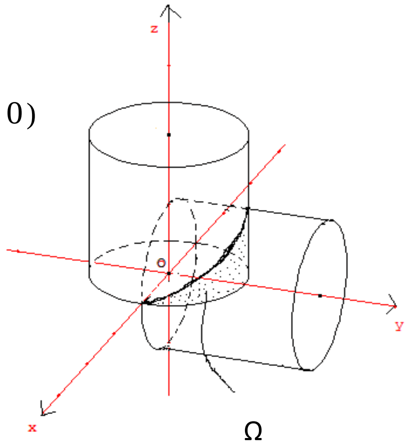
Soit le domaine $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 :\ x \geq 0,\quad x^2 + y^2 - 4y \leq 0\}$ du plan Oxy.

1-Déterminer les coordonnées du centre de gravité G du domaine D, considéré comme une plaque homogène.

2-En déduire la valeur de l'intégrale curviligne suivante : $I = \oint_{\partial D} -dx + x^2 dy$

où ∂D désigne la frontière du domaine D, traversée dans le sens positif.

Exercice 4: (4 pts)
Calculer le volume de la région Ω de l'espace, limitée par
les deux cylindres d'équations $x^2 + y^2 = 1$ et $x^2 + z^2 = 1$,
située dans le premier octant (c'est-à-dire telle que $x > 0,\ y > 0,\ z > 0$)



Ω

Exercice 5: (4 pts)
Considérons les matrices carrées suivantes:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 2 \\ 2 & 5 & 2 \\ 2 & 2 & 5 \end{pmatrix}, \qquad \mathrm{N} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad \text{et} \qquad \mathrm{I} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

1-Ecrire A en fonction de I et N, c'est-à dire déterminer les réels a et b tels que $\mathrm{A} = a\mathrm{I} + b\mathrm{N}$.

2-Exprimer N^2 en fonction de N. En déduire A^2 puis A^3 en fonction de I et N

3-A partir des résultats des questions précédentes, prouver que : $\mathrm{A}^2 - 12\mathrm{A} = -27\mathrm{I}$.

4-En déduire que A est inversible et calculer A^{-1}.

5-Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ le système linéaire suivant : (S) $\begin{cases} 5x + 2y + 2z = 2 \\ 2x + 5y + 2z = 1 \\ 2x + 2y + 5z = 0 \\ x + y + mz = 3 \end{cases}$

où m est un paramètre réel.